Oriental Renaissance: Innovative, educational, natural and social sciences
Scientific Journal Impact Factor
Advanced Sciences Index Factor

VOLUME 2 | ISSUE 11
ISSN 2181-1784
SJIF 2022: 5.947
ASI Factor = 1.7

GALILEY FAZOSIDA SIKLIK SIRTLARNI O'RGANISH NAZARIYASI

Safarov To'lqin Nazarovich
Termiz davlat universiteti,
Algebra va geometriya kafedrasi o'qituvchisi
tolqin@mail.ru

ANNOTATSIYA

Ushbu ishda Galiley fazosidagi siklik sirtlar o'rganilgan bo'lib, Yevklid fazosidagi egarsimon sirt bilan solishtirilgan. Ya'ni Yevklid fazosidagi egarsimon sirtlar Galiley fazosida ikkita turga bo'linishi ko'rsatilgan. Yevklid fazosidagi giperbolik parabaloid galiley fazosida egarsimon va siklik sirt ekanligi misol sifatida keltirilgan. Unda Galiley fazosidagi sirtning vektor ko'rinishdagi tenglamasi, sirtning birinchi va ikkinchi kvadratik formalari, to'la egriliklari keltirilib chiqarilgan. Galiley fazosida siklik sirtlar oilasi yetarlicha yoritilgan. Oliy ta'lim muassalarida matematika fanlari ixtisosligi bo'yicha tahsil olayotgan talabalarning geometrik bilimlarini rivojlantirish uchun Yevklid va Galiley fazolarida egarsimon sirtlarni farqlash hamda ularning umumiy jihatlariga ochib berilgan.

Kalit so'zlar: *Yevklid fazosi, Galiley fazosi, noyevklid geometriyasi, egarsimon sirtlar, siklik sirtlar,sirt tenglamalari, birinchi va ikkinchi kvadratik formalar, to'la egrilik.*

ABSTRACT

Cyclic surfaces in the Galilean space were studied in this work and compared with the saddle-shaped surface in the Euclidean space. That is, it was shown that the saddle-shaped surfaces in the Euclidean space are divided into two types in the Galilean space. An example is that a hyperbolic paraboloid in Euclidean space is a saddle-shaped and cyclic surface in Galilean space. In it, the equation of the surface in the Galilean space in vector form, the first and second quadratic forms of the surface, and the full curvatures were derived. The family of cyclic surfaces in Galilean space is sufficiently illuminated. In order to develop the geometrical knowledge of students majoring in mathematics in higher education institutions, the distinction between saddle-shaped surfaces in Euclidean and Galilean spaces and their general aspects are revealed.

Keywords*: Euclidean space, Galilean space, non-Euclidean geometry, saddle surfaces, cyclic surfaces, surface equations, first and second quadratic forms, full curvature.*

KIRISH

Dunyoda matematika fanining o'sish tendensiyalari ko'rsatishicha, ta'limning ilg'or va zamonaviy shakllari va texnologiyalari rivojlangan davlatlar bilan bir qatorda o'rta osiyoda xususan mamlakatimizda ham rivojlanib bormoqda. Oliy ta'lim muassasalarida matematika fanlarini o'qitishda bilim bilan birgalikda ilg'or pedagogik iqtidor talab qilinadi. Buning uchun iqtidorli yoshlarni fanga qiziqtirib kelajakda fan ustida ilmlarini rivojlantirib soxaga o'z xissalarini qo'shish uchun ularda fanga bo'lgan qobiliyatlarini rivojlantirib borish kerak bo'ladi. Bu o'rinda oliy ta'lim muassasalarida geometriyani o'qitishda fazoviy tasavvurlarini rivojlantirishga alohida e'tibor berish katta ahamiyat kasb etadi.

Matematika ixtisosligi bo'yicha ta'lim olayotgan talabalarning geometriya fanidagi bilimlar bazasini kengaytirish maqsadida ushbu ishda noeyevklid geometriyasining ba'zi masalalarini ko'rsatib bermoqchimiz.

Galiley fazosi geometriyasi

Bizga A_3 affin fazo berilgan bo'lsin.

Ta'rif-1. Ikki vektorning skalyar ko'paytmasi $(XY)_1 = x_1x_2$, $(XY)_1 = 0$ bo'lsa $(XY)_2 = y_1y_2 + z_1z_2$ shaklda aniqlangan A_3 affin fazoga uch o'lchovli Galiley fazosi deyiladi.

Misol-1.

1. $\bar{a}(1,3,4)$; $\bar{b}(-1,2,6)$ skalyar ko'paytmani birinchi koordinatalar yordamida hisoblanadi: $(\bar{a}\bar{b}) = 1\cdot(-1) = -1$

2. $\bar{a}(0,3,1)$; $\bar{b}(-4,2,3)$ birinchi koordinatalar ko'paytmasi nol bo'lganligi uchun ikkinchi koordinatalar orqali skalyar ko'paytma hisoblanadi: $(\bar{a}\bar{b}) = 3\cdot 2 + 1\cdot 3 = 9$

Ta'rif-2. Vektorning normasi deb shu vektorlarning o'z-o'ziga skalyar ko'paytmasini ildizdan chiqarilganiga aytiladi. $|\bar{a}| = \sqrt{(\bar{a}\bar{a})}$

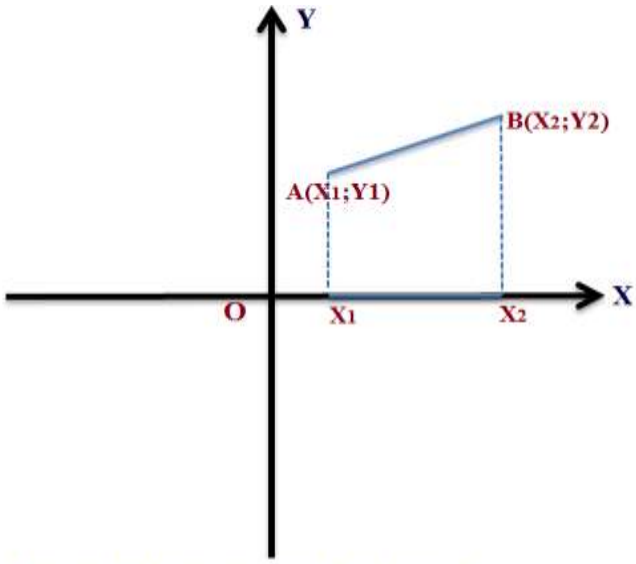
Misol-.2

Quyidagi vektorlarning uzunliklarini toping?

1. $\bar{a}(4,3,6)$ vektor uzunligi ta'rifga ko'ra $|\bar{a}| = 4$ bo'ladi.

2. $\bar{a}(0,-3,4)$ vektorning birinchi koordinatasi nol bo'lganligi uchun $|\bar{a}| = 5$ bo'ladi.

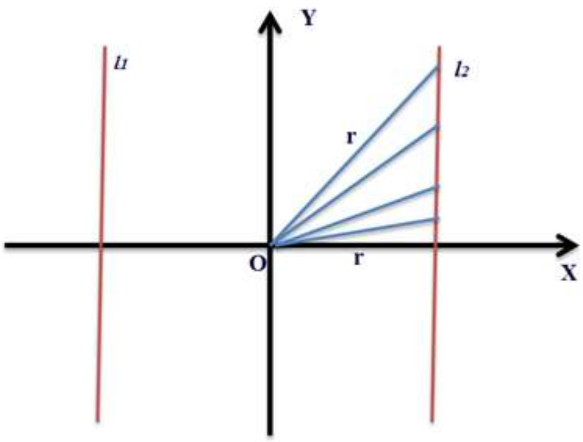
$A(x_1, y_1)$; $B(x_2, y_2)$ ikkita nuqta orasidagi masofa deb ikkita nuqta tutashtiruvchi vektorning uzunligiga aytiladi: $AB = |\bar{A}\bar{B}|$ bu yerda $|\bar{A}\bar{B}| = |x_2 - x_1|$; agar $|\bar{A}\bar{B}| = 0$ bo'lsa, u holda $|\bar{A}\bar{B}| = |y_2 - y_1|$ bo'ladi. (1-rasm)



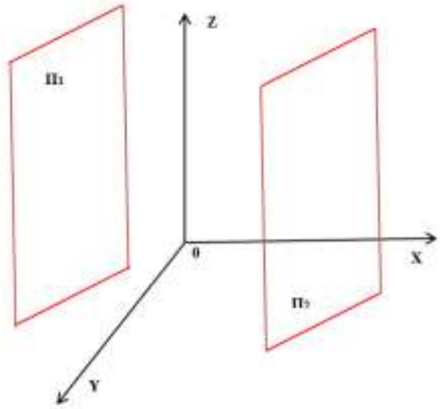
1-rasm. Ikki nuqta orasidagi masofa

Ta'rif-3. Berilgan nuqtadan teng uzoqlashgan nuqtalarning geometrik o'rni aylana deyiladi. Evklid fazosidagi bu ta'rifni galiley fazosidagi metrika bilan qarasak unda bu fazosida aylana quyidagi ko'rinishda bo'ladi. (2-rasm).

Markazi koordinatalr boshi radiusi $|OA| = r$ bo'lsa ta'rif-3 ga ko'ra quyidagilarga egamiz: $|OA|^2 = r^2$ bundan $(x - x_0)^2 = r^2$ bo'lsa, $x^2 = r^2$ bo'ladi. Bu esa $x_{1,2} = \pm r$ (2-a rasm) .Huddi shunday fazoda bu tenglama sferani aniqlaydi.(2-b rasm)



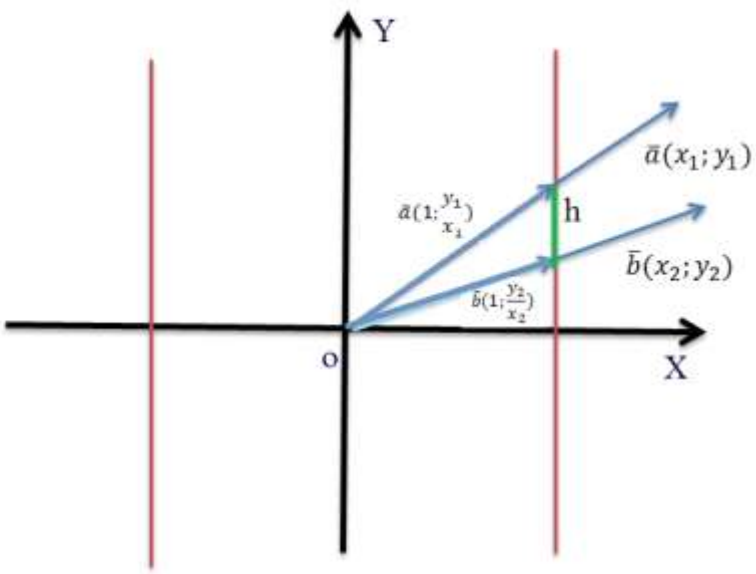
2-a rasm. Galiley fazosida aylana



2-b. rasm. Galiley fazosidagi sfera

Galiley fazosida burchak tushunchasi quyidagicha kiritiladi: $a(x_1, y_1)$; $b(x_2, y_2)$ vektor berilgan bo'lsa ular orasidagi burchak (3-rasm)

yangi vektorlar hosil qilib olamiz. $\vec{a}(1, \frac{y_1}{x_1})$; $\vec{b}(1, \frac{y_2}{x_2})$ so'ngra ular orasidagi burchakni topamiz: $a^{\text{III}}b = (\frac{y_2}{x_2} - \frac{y_1}{x_1})$.



3-rasm. h-ikki vektor orasidagi burchak

Agar $\vec{X}\{x_1, y_1, z_1\}$ va $\vec{Y}\{x_2, y_2, z_2\}$ vektorlar fazoda berilgan bo'lsa,. Bu vektorlar bo'yicha yo'nalgan birlik vektor koordinatalari quyidagi ko'rinishga ega:

$\dot{X}\{1, \frac{y_1}{x_1}, \frac{z_1}{x_1}\}$, $\dot{Y}\{1, \frac{y_2}{x_2}, \frac{z_2}{x_2}\}$. Bu yerda $x_1 x_2$ №0 bo'lishi talab e'tiladi.

Bu vektorlar radiusi birga teng bo’lgan sferani radius-vektor nuqtalari hisoblanadi. Vektorlar orasidagi burchak – sferadagi birlik vektorlar orasidagi masofa orqali topiladi va quyidagicha hisoblanadi:

$$h = \sqrt{\left(\frac{y_2}{x_2} - \frac{y_1}{x_1}\right)^2 - \left(\frac{z_2}{x_2} - \frac{z_1}{x_1}\right)^2}$$

Bu yerda, $0 \leq h < \infty$. Agar $h = 0$ bo’lsa, u holda $\vec{X}$ va $\vec{Y}$ vektorlar parallel bo’ladi. $\vec{X}\{x_1, y_1, z_1\}$ vektor va $\vec{Y}\{0, y_2, z_2\}$ mahsus vektorlar orasidagi burchak ushbu

$$f = \frac{(\vec{X}\,\vec{Y})}{|Y|_2} = \frac{\frac{y_1}{x_1} y_2 + \frac{z_1}{x_1} z_2}{\sqrt{y_2^2 + z_2^2}}$$

formulaga ko’ra topiladi.

Galiley tekisligi affin tekisligi bo’lib, unda ikki nuqta orasidagi masofa, nuqtalarning absissa o’qidagi proeksiyasi sifatida aniqlanadi. Agar asissadagi proeksiya nolga teng bo’lsa, masofa nuqtaning ordinata o’qdagi proeksiyalariga teng. Shuning uchun ordinata o’qiga parallel to’g’ri chiziqlar Galiley tekisligining maxsus chiziqlari deb ataladi.

ADABIYOTLAR TAHLILI VA METODLAR

Ma’lumki „ to’la geometriya ” geometriyadagi ko’plab klassik masalalar o’z yechimlarini o’tgan asrning 50-70-yillarda A.V. Pogorelov [6], I.Ya. Bakelman, A.L. Verner, B.Y. Kontor[7], H.F. Yefimov, E.G. Poznyak [9], E.V. Shikinishlarida tomomila o’z ifodasini topdi.

Bu natijalar uch o’lchovli Yevklid fazosida va umumlashgan n -o’lchovli Yevklid fazosida hal qilingan. Oxirgi yillarda psevdoyevklid, yarimyevklid va Galiley fazolarida geometriya intensiv o’rganilyapti.

Galiley fazolar geometriyasiga oid ilmiy ishlar chop etilgan. A. Artiqboyev ,D.D. Sokolov[1], A. Kurudirek [5], Хачатурян, I.A. Dalgarev, E.K. Kurbonov[10], va boshqalarning ishlari shular jumlasiga kiradi.

Galiley fazosidagi egarsimon sirt, Yevklid fazosida ham o’zining maxsusligini saqlaydi. Galiley fazosidagi siklik sirt, Yevklid fazosidagi egarsimon sirt ko’rinishida bo’ladi. Sirtning siklik nuqtasi atrofi geometriyasini o’rganishda birinchidan ba’zi yangi masalalarni ko’rish zaruriyati paydo bo’ladi.

NATIJALAR

Galiley fazosida sirtlar nazariyasini qaraymiz. Galiley fazosida sirtning vektor ko’rinishidagi tenglamasi quyidagi ko’rinishda berilgan bo’lib

$$\bar{r} = \bar{r}(u,v) = u\vec{i} + y(u,v)\vec{j} + z(u,v)\vec{k} \qquad (1)$$

Bu yerda sirtni Oyz tekislik bilan kesganda $u = const$ chiziq hosil bo'ladi. $v = const$ chiziq esa ixtiyoriy $u = const$ chiziq bilan to'r tashkil qiluvchi chiziq. bo'ladi.

Endi Yevklid fazoda (1) tenglama bilan berilgan sirtni Galiley fazosidagi sirt bilan solishtiramiz. Bu yerda biz birinchi va ikkinchi kvadratik formalarini va ularning koeffisentlarini, to'la egriliklarining formulalarini keltiramiz.(1-jadval)

<table>
<tr><th>Yevklid fazosi</th><th>Galiley fazosi</th></tr>
<tr><td colspan="2">Sirt $\bar{r} = \bar{r}(u,v) = u\vec{i} + y(u,v)\vec{j} + z(u,v)\vec{k}$ tenglama bilan berilganda;</td></tr>
<tr><td colspan="2">Hususiy hosilalari
$r_u = i + y_u j + z_u k, \quad r_v = y_v j + z_v k$
$r_{uu} = y_{uu} j + z_{uu} k, \quad r_{uv} = y_{uv} j + z_{uv} k, \quad r_{vv} = y_{vv} j + z_{vv} k$</td></tr>
<tr><td colspan="2">Birinchi kvadratik forma koeffisentlari</td></tr>
<tr><td>$E = 1 + y_u^2 + z_u^2,$
$F = y_u y_v + z_u z_v,$
$G = y_v^2 + z_v^2$</td><td>$E_1 = 1,$
$F = y_u y_v + z_u z_v,$
$G = y_v^2 + z_v^2$</td></tr>
<tr><td colspan="2">Birinchi kvadatik forma</td></tr>
<tr><td>$ds^2 = I = Edu^2 + 2Fdudv + Gdv^2$</td><td>$ds^2 = I_1 = du^2$ agar $I_1 = 0$ bo'lsa
$ds^2 = I_2 = G(v)dv^2$</td></tr>
<tr><td colspan="2">Birlik normal vektor</td></tr>
<tr><td>$\vec{n} = \dfrac{\begin{vmatrix} y_u & z_u \\ y_v & z_v \end{vmatrix} \vec{e}_1 - z_v e_2 + y_v \vec{e}_3}{\sqrt{y_v^2 + z_v^2}}$</td><td>$\vec{n} = \pm \dfrac{z_v \vec{e}_2 - y_v \vec{e}_3}{\sqrt{y_v^2 + z_v^2}}$</td></tr>
<tr><td colspan="2">ikkinchi kvadratik forma ikkala fazoda ham bir hil bo'lib faqat koeffisentlari bilan farqlanadi.
$II = Ldu^2 + 2Mdudv + Ndv^2$</td></tr>
<tr><td>$L = (\vec{r}_{uu}\vec{n}) = \dfrac{-y_{uu}z_v + z_{uu}y_v}{\sqrt{G(u,v)}},$
$M = (\vec{r}_{uv}\vec{n}) = \dfrac{-y_{uv}z_v + z_{uv}y_v}{\sqrt{G(u,v)}},$
$N = (\vec{r}_{vv}\vec{n}) = \dfrac{-y_{vv}z_v + z_{vv}y_v}{\sqrt{G(u,v)}}$</td><td>$L = (\vec{r}_{uu}\vec{n}) = \dfrac{y_{uu}z_v - z_{uu}y_v}{\sqrt{G(u,v)}},$
$M = (\vec{r}_{uv}\vec{n}) = \dfrac{y_{uv}z_v - z_{uv}y_v}{\sqrt{G(u,v)}},$
$N = (\vec{r}_{vv}\vec{n}) = \dfrac{y_{vv}z_v - z_{vv}y_v}{\sqrt{G(u,v)}}$</td></tr>
<tr><td colspan="2">To'la egrilik.</td></tr>
</table>

1) $K = \dfrac{LN - M^2}{EG - F^2}$ 2) $K = -\dfrac{1}{2\sqrt{EG-F^2}}\left\{\dfrac{\partial}{\partial y}\dfrac{E_v - F_u}{\sqrt{EG-F^2}} - \dfrac{\partial}{\partial x}\dfrac{F_v - G_u}{\sqrt{EG-F^2}}\right\}$	1) $K = \dfrac{LN - M^2}{G(u,v)}$ 2) $K = \dfrac{1}{\sqrt{G}}\left(\dfrac{F_u - \frac{1}{2}E_v}{\sqrt{G}}\right)_v - \dfrac{1}{\sqrt{G}}\dfrac{\partial^2\sqrt{G}}{du^2}$

(1-jadval)

Galiley fazosida egarsimon sirtlar.

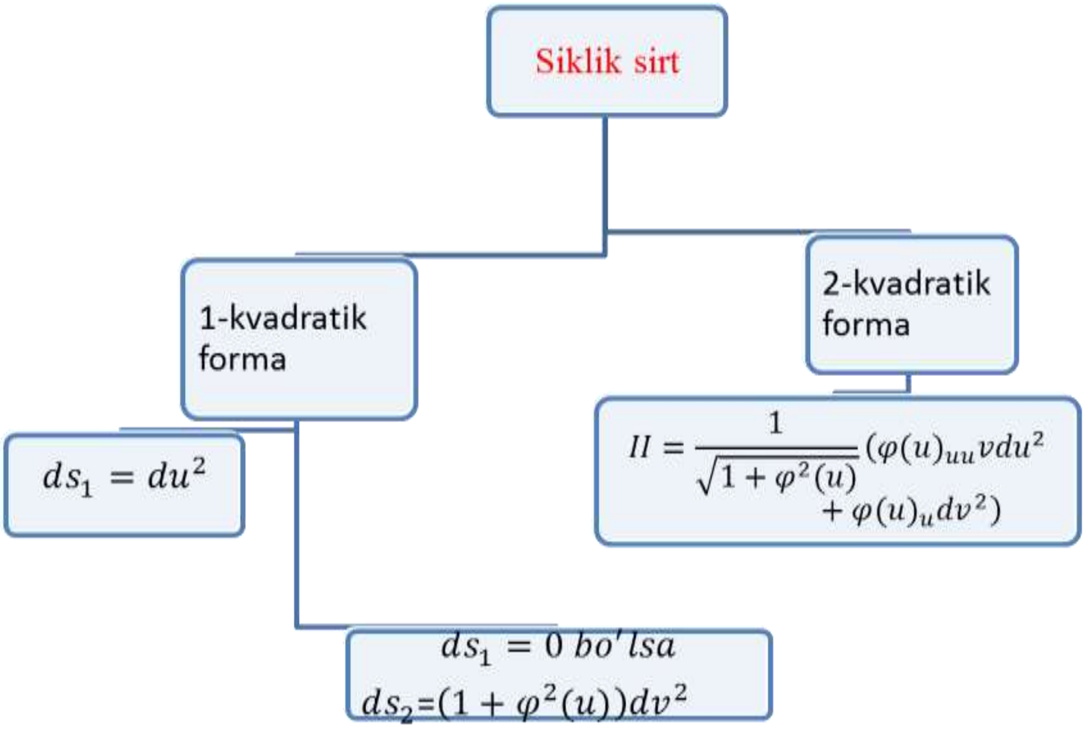
Ma'lumki [1] yevklid fazosida sirtning indikatrisasi giperbola bo'lgan nuqta giperbolik nuqta deb ataladi. Galiley fazosida esa [2] sirtning indikatrisasi giperbola bo'lgan xol ikki turga bo'linadi bu giperbola va siklik. Mos ravishda barcha nuqtalari giperbolik nuqtalardan iborat sirt egarsimon sirt deb, barcha nuqtalari siklik bo'lgan sirt esa siklik sirt deb atalgan [1,2,4,10].

Sirtlarni klasifikatsiya qilganda agar $N = 0$, $M \neq 0$ shartlar sirtning barcha nuqtalarida bajarilsa, u holda bu sirt siklik sirt bo'ladi.

Siklik sirtning umumiy tenglamasi quyidagicha yozish mumkin:

$$\vec{r}(u,v) = ui + vj + \varphi(u)vk \qquad (2.)$$

(2) tenglama bilan berilgan siklik sirt uchun birinchi va ikkinchi kvadratik formalarini quyidagicha yoza olamiz:



1-sxema Siklik sirtning birinchi va ikkinchi kvadratik formalari

MUHOKAMA

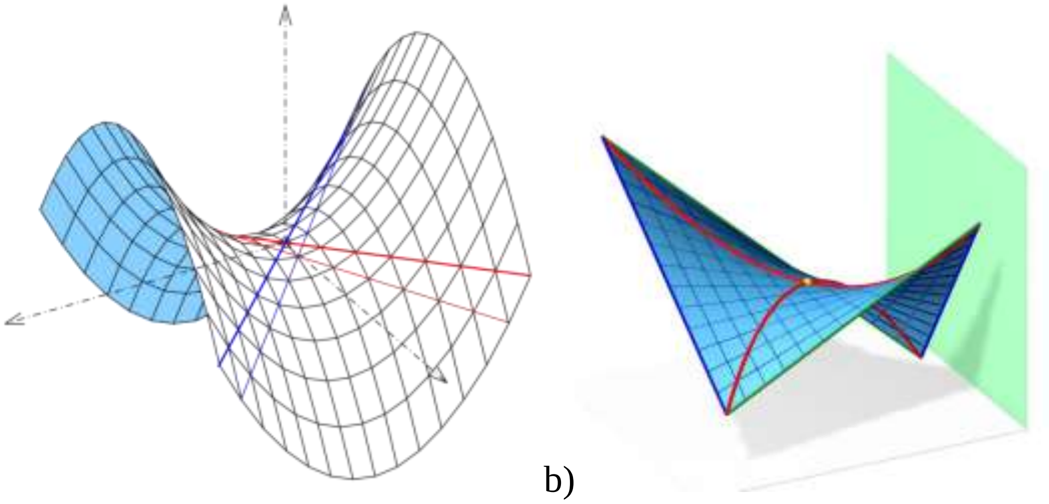
Sirt siklik nuqtasi atrofida formaga ega va bu Yevklid fazosidagi sirtning giperbolik nuqtasi o'xshash, lekin ular bir xil bo'lmaydi, sirtdagi giperbolik nuqtasida ikkila asimtotik yo'nalishdagi bittasi maxsus tekislikka tegishli, ya'ni maxsus yo'nalish bilan ustma ust tushadi. Galiley fazosidagi maxsus yo'nalishni tekislikka o'tkazish mumkin emas va aksincha. Bundan Galiley fazosidagi giperbolik va siklik nuqtalarda turlicha tushuntiriladi

Agar bir vaqtning o'zida uch o'lchovli affin fazosida, yevklid va galiley metrikalarini qarasak berilgan sirtning yevklid va galiley fazolariga doir xossalarini solishtirish mumkin. Bunday usul ustma-ust qo'yish usuli deb yuritiladi va fizika mutaxasislari tomonidan ko'p qo'llaniladi.

Ustma-ust qo'yish usulidan foydalanilsa, ushbu yevklid fazosida bir biridan koordinatalar sistemasini Oz o'qi atrofida 45^0 ga burishdan hosil bo'ladigan ikki sirt

$$z_1 = xy\,,\ z_2 = \frac{1}{2}\left(x^2 - y^2\right)$$

o'zaro teng va egarsimon bo'ladi. Ammo galiley fazosida ulardan birinchisi siklik sirt ikkinchisi egarsimon sirtdir.(4-a,b rasmlar)



a) b)

4-rasm. a) Giperbolik parabaloid, b) Siklik sirt

Quyidagi jadvalda egarsimon va siklik sirt larning differensial harakterlarini ya'ni kvadratik formalari va to'la egrikliklarini keltiramiz.

Yevklid fazosi	Galiley fazosi
$z = \frac{1}{2}\left(x^2 - y^2\right)$	$z = xy$
Hususiy hosilalari	
$r_u = i + 2uk\,, \quad r_v = j - 2vk$	$r_u = i + vk\,, \quad r_v = j + uk$

$r_{uu} = 2k, \quad r_{uv} = 0, \quad r_{vv} = -2v$	$r_{uu} = 0, \quad r_{uv} = k, \quad r_{vv} = 0$
Birinchi kvadratik forma koeffisentlari	
$E = 1 + 4u^2,$ $F = -4uv,$ $G = 1 + 4v^2$	$E_1 = 1,$ $F = 0,$ $G = 1 + u^2$
Birinchi kvadatik forma	
$ds^2 = I = (1+4u^2)du^2 - 4uvdudv + (1+4v^2)dv^2$	$ds^2 = I_1 = du^2$ agar $I_1 = 0$ bo'lsa $ds^2 = I_2 = (1+u^2)dv^2$
Birlik normal vektor	
$\vec{n} = \dfrac{-2ui + 2v\vec{j} + k}{\sqrt{1+4u^2+4v^2}}$	$\vec{n} = \pm \dfrac{ui - k}{\sqrt{1+u^2}}$
ikkinchi kvadratik forma koeffisentlari	
$L = (\vec{r}_{uu}\vec{n}) = \dfrac{2}{\sqrt{1+4u^2+4v^2}},$ $M = (\vec{r}_{uv}\vec{n}) = 0,$ $N = (\vec{r}_{vv}\vec{n}) = -\dfrac{2}{\sqrt{1+4u^2+4v^2}}$	$L = (\vec{r}_{uu}\vec{n}) = 0,$ $M = (\vec{r}_{uv}\vec{n}) = \dfrac{-1}{\sqrt{1+u^2}},$ $N = (\vec{r}_{vv}\vec{n}) = 0$
Birinchi kvadatik forma	
$II = \dfrac{2}{\sqrt{1+4u^2+4v^2}}du^2 - \dfrac{2}{\sqrt{1+4u^2+4v^2}}dv^2$	$II = \dfrac{-1}{\sqrt{1+u^2}}dudv$
To'la egrilik.	
1) $K = -\dfrac{4}{(1+4u^2+4v^2)^2}$	1) $K = -\dfrac{1}{1+u^2}$

XULOSA

Siklik va egarsimon sirtlar uchun quyidagilar o'rinli:

1) Yevklid fazosida egarsimon sirt Galiley fazosida siklik va egarsimon sirtlar bo'ladi;

2) Galiley fazosidagi siklik sirtlarning asimptotik yo'nalishlardan biri har doim to'g'ri chiziq bo'ladi;

3) Yevklid fazosidagi $z_1 = xy$, $z_2 = \frac{1}{2}\left(x^2 - y^2\right)$ 1-sirt 45^0 burish natijasida ikkinchi sirt hosil bo'ladi, ammo Galiley fazosida birinchisi siklik ikkinchisi egarsimon sirt bo'ladi.

4) Galiley fazosida galiley harakati bilan egarsimon egarsimonga, siklik sirt siklik sirtga o'tadi.

REFERENCES

1. Артыкбаев А., Соколов Д.Д. Геометрия в целом в пространстве-время //Ташкент издательство "Наука". 179 с .1991г.(Geometry as a whole in space-time)
2. Artikbayev A., Safarov T.N., Sobirov J.A.. Features of the Galilean Space Geometry. Jour of Adv Research in Dynamical & Control Systems, Vol. 12, No. 5, 2020
3. Artikbayev A., Xatamov I. . Tekislikda to'qqiz geometriya. Toshkent- 2021.154 bet (Nine geometries on the plane)
4. Artikbayev A., Safarov.T.N., Properties of saddle surfaces of Galilean space. Physical and mathematical Sciences. 2020 No 3
5. Kurudirek A. Methods of using non-Euclidean geometry concepts in the educational process. Bull. Inst. Math., 2022, Vol.5 pp/1-5
6. А. В Погорелов Внешняя геометрия выпуклых поверхностей.. Издательство «Наука», Главная редакция физико-математической литературы, 1969 г. 760 с.(External geometry of convex surfaces)
7. И.Я.Бакельман, А.Л.Вернер, Б.Е.Кантор. Введение в дифференциальную геометрию «в целом». М.: НАУКА, 1973 г. 440 с.(Introduction to differential geometry "in the large")
8. Яглом И. М. Принцип относительности галилеевой и неевклидовой геометрии.// Наука, Москва, 394 с. 1969 г(The principle of relativity of Galilean and non-Euclidean geometry)
9. Позняк Э.Г., Шикин Е.В. Дифференциалная геометрия // издательство Московского университета 390 с. 1990г .(Differential geometry)
10. Э.К. Курбонов. Циклические поверхности галилеева пространства. \\ УзМЖ, 2001, №2, стр.51-57.(Cyclic surfaces of Galilean space)
11. Ishmuxamedov R., Abduqodirov A.,Pardaev A. Ta'limda innovasion texnologiy alar. // Toshkent. «Iste'dod» 2008. 24-b.(Innovative technologies in education)