

ТЕЧЕНИЕ ЖИДКОСТИ В СУЖАЮЩЕМСЯ КАНАЛЕ.

Бабажанов Йулдаш¹,
Эшев Собир²,
Зарипов Муслиддин²,
Исаков Алишер²,
Норчаев Абдулла²

¹Узбекистан Каршинский государственный университет, Карши, Узбекистан

²Каршинский инженерно-экономический институт, Карши, Узбекистан

АННОТАЦИЯ

Предложена струйная схема расчета в плоской постановке задачи о движении жидкости в сужающемся канале. Даны аналитические решения задачи в канале с учетом вихревых и ковитационных зон.

ABSTRACT

A jet calculation scheme is proposed in a plane formulation of the problem of fluid motion in a tapering channel. Analytical solutions to the problem in a channel are given, taking into account vortex and covitation zones.

ВВЕДЕНИЕ.

Кавитационные и вихревые зоны постоянно встречаются в гидротехнических сооружениях. Примерами могут служить входные участки каналов, колена каналов, туннелей и др.

Эксплуатационный опыт показывает, что образующиеся в каналах эти зоны затрудняют управление потоками, вызывают эрозию материала стенок канала, вибрацию установки и гидромашин, уменьшение подачи мощности и КПД лопастного насоса. Поэтому эффектам кавитационных и вихревых зон приходится уделять серьезное внимание при проектировании и эксплуатации гидротехнических сооружений.

Вопрос о получении количественных представлений об этих явлениях и описание их характера на различных стадиях в зависимости от параметров потока сводится к решению двумерной задачи о кавитационном течении идеальной жидкости в каналах.

Рассмотрим модели стационарного и нестационарного кавитационного течения жидкости в сужающемся канале и в канале с изломом.

Метод: Область изменения комплексного потенциала ω_0 представляет собой полосу с полу бесконечным разрезом; вершина разреза D соответствует

точке раздваивания потока.

Конформное отображение области изменения ω_0 на верхнюю полуплоскость $u = \xi + i\eta$ дается формулой.

$$\omega_0(u) = \frac{n(Q - q_E)}{(d - 1)\pi} \left[(a + d) \ln \frac{u - a}{a + d} - (-1) \ln \frac{u + 1}{d - 1} - 1(a + 1)\pi \right] + iq_E \quad (1)$$

где Q , q_E - расходы в сечении AA , EE соответственно.

Учитывая это условие, из (2) получаем соотношение

$$\frac{q_E}{Q} = \frac{a + 1}{a + d} \quad (2)$$

Из (3) находим также

$$\frac{dW_0}{du} = \frac{1}{\pi} \left[\frac{Q - q_E}{d - 1} \right] \left[\frac{a + 1}{u - a} \right] \left[\frac{u + d}{u + 1} \right] \quad (3)$$

ИЛИ



(Производную от комплексного потенциала $\frac{dW_0}{dz}$ легко построить и по методу особых точек).

Формулы (2) и (4) дают решение в виде, поскольку

$$\frac{dW_0}{dz} = \frac{Q}{\pi H} \left[\frac{u + 1}{a + d} \right] \frac{[\Gamma(-1)]}{(u - a)(u + 1)} \quad (4)$$

При переходе с MA на AE скачок Z равен $-iH$.

Поэтому

$$-iH = -i\pi \underbrace{RES}_{u=a} \left[\frac{dz}{du} \right]$$

т.е.

(5)

$$H = \frac{Q}{V_k} l^{\pi \left[\frac{(1+\alpha)}{F(-1)} (I_{1n} - I_{ma}) \right]}$$

Аналогично при переходе DC на CB получим

$$i\delta_c = -i\pi \underbrace{RES}_{u=-1} \left[\frac{dz}{du} \right]$$

(δ_c - толщина струйки), т.е.

$$\frac{\delta_c}{H} = \frac{U}{V_k} \left[\frac{d-1}{d+a} \right]; \quad \frac{q_c}{Q} = \frac{d-1}{d+a} \tag{6}$$

Для вычисления ординаты точки $M - h_m$ интегрируем (1) по пути в верхней полуплоскости от $u = 1$ на $u = m$:

$$\frac{h_m}{H} = \frac{1}{H} I_m \int_1^m \frac{dz}{du} du = \frac{U}{V_k} \left[\frac{a+1}{a+d} \right] \cdot \frac{1}{\pi} I_m \int_1^m \frac{(u+d)}{(u-d)(u+d)} l^{\pi \left[\frac{(1+\alpha)}{F(-1)} F(u) - i\alpha \right]} du$$

С другой стороны

$$\frac{1}{H} I_m \int_1^m \frac{dz}{du} du = 1 - \frac{h}{H} \tag{7}$$

Далее, из рис.1 легко видеть, что

$$\frac{q_E}{Q} = \frac{h V_E}{H U} \tag{8}$$

$$\frac{q_c}{Q} = \frac{Q - q_E}{Q} = \frac{\delta_c V_k}{H U} \tag{9}$$

где q_c - расход струйки.

Так как расход через сечения AA равен сумме расходов q_c и

q_E , что

$$Q = q_c + q_E \tag{10}$$

Если известны $\frac{U}{V_k}$ и $\frac{h}{H}$, то можно определить неизвестные параметры d, m, n, a из

системы уравнений (3), (11). Интегрируя (9) в отрезке $[m, n]$ действительной оси u ,

находим форму водоворотной зоны MN :

$$x(u) = x_n \operatorname{Re} \int_n^u \frac{dz}{du} du$$

$$n \leq u \leq m \quad (11)$$

$$y(u) = h_n + I_m \int_n^u \frac{dz}{du} du$$

здесь

$$x_n = \operatorname{Re} \int_1^n \frac{dz}{du} du, \quad h_n = I_m \int_1^n \frac{dz}{du} du$$

Аналогично интегрируя от $u = 1$ до $u = -d$, находим абсциссу точки D :

$$(12)$$

$$x_d = \int_1^{-d} \frac{dz}{du} du$$

Область изменения функции W представляет собой пятиугольник с разрезом, на котором находится отображение бесконечно удаленной точки A . При переходе через точки G и D величина Θ изменяется скачком. Отобразив пятиугольник $ADCBG$ на верхнюю полуплоскость формулой Кристоффеля-Шварца и определив неизвестные константы, получим

$$(13)$$

$$w(u) = \frac{(1 + \alpha)\pi}{F_1(-1)} \int_1^u \frac{(\xi - a)d\xi}{\sqrt{1 - \xi^2}(\xi - g)(\xi - d)} - i\alpha\pi$$

где

$$F_1(-1) = \int_1^1 \frac{(a - \xi)d\xi}{\sqrt{1 - \xi^2}(g - \xi)(\xi + d)} - i\alpha\pi$$

$$C_1 \frac{a + d}{\sqrt{d^2 - 1}(d + g)} = -1$$

$$C_1 \frac{g - a}{\sqrt{g^2 - 1}(g + d)} = \alpha\pi$$

Из этих соотношения получаем

$$(14)$$

$$\frac{a - g}{a + d} \sqrt{\frac{d^2 - 1}{g^2 - 1}} = \alpha$$

Сопряженная скорость потока определяется из формулы (13);

$$(15)$$

$$\frac{dw_0}{dz} = \frac{V_k(d+u)(u-g)^\alpha}{\left[1+du+\sqrt{(d^2-1)(u^2-1)}\right] \left[gu-1+\sqrt{(g^2-1)(u^2-1)}\right]^\alpha}$$

С помощью (15) получил формулу для отношения $\frac{U}{V_k}$ скоростей:

$$\frac{U}{V_k} = \frac{(d+a)(a-g)^\alpha}{\left[1+da+\sqrt{(d^2-1)(a^2-1)}\right] \left[ga-1+\sqrt{(g^2-1)(a^2-1)}\right]^\alpha} \quad (16)$$

Из (2) и (15) имеем

$$\frac{dz}{du} = \frac{Q}{XV_k} \frac{\left[1+du+\sqrt{(d^2-1)(u^2-1)}\right] \left[gu-1+\sqrt{(g^2-1)(u^2-1)}\right]^\alpha}{(u-a)(1+u)^\alpha} \quad (17)$$

Следовательно, заменив в формулах (4), (6) и (12) N и M на G , получим

$$H = \frac{Q}{V_k} \frac{\left[1+ad+\sqrt{(d^2-1)(a^2-1)}\right] \left[ag-1+\sqrt{(g^2-1)(a^2-1)}\right]^\alpha}{(a+d)(a-g)^\alpha} \quad (18)$$

$$\frac{h}{H} = 1 - \frac{U}{XV_k} \frac{\left[1+du+\sqrt{(d^2-1)(u^2-1)}\right] \left[gu-1+\sqrt{(g^2-1)(u^2-1)}\right]^\alpha}{(a-u)(u+1)(g-u)^\alpha} \sin \alpha \pi \int_1^g du \quad (19)$$

$$\frac{x_D}{H} = \frac{U}{XV_k} \frac{\left[1+du+\sqrt{(d^2-1)(u^2-1)}\right] \left[gu-1+\sqrt{(g^2-1)(u^2-1)}\right]^\alpha}{(a-u)(u+1)(u-g)^\alpha} \operatorname{Re} \int_{-d}^1 du \quad (20)$$

Полученные формулы (14),(16)и (19) составляют систему уравнений для нахождения неизвестных параметров задачи: d, g, a .

Эта система решается численным методом Ньютона на ЭВМ при определенных значениях $\alpha, \frac{U}{V_k}, \frac{h}{H}$.

Из формулы (15) следует, что точка на действительной полуплоскости U_0 , в которой касательная к границе каверны горизонтальна, определяется из уравнения:

$$\arctg \frac{\sqrt{(d^2-1)(1-u_0^2)}}{1+du_0} + \arctg \frac{\sqrt{(g^2-1)(1-u^2)}}{gu-1} + \alpha \pi = 0 \quad (21)$$

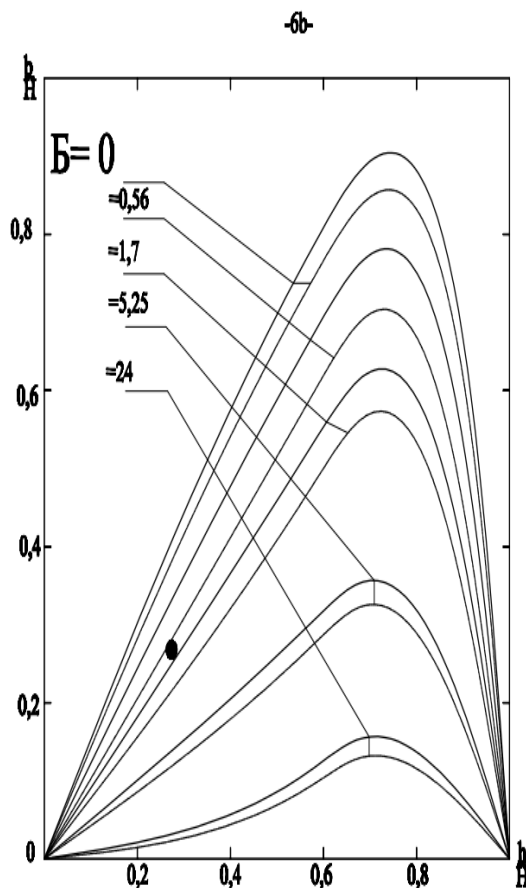
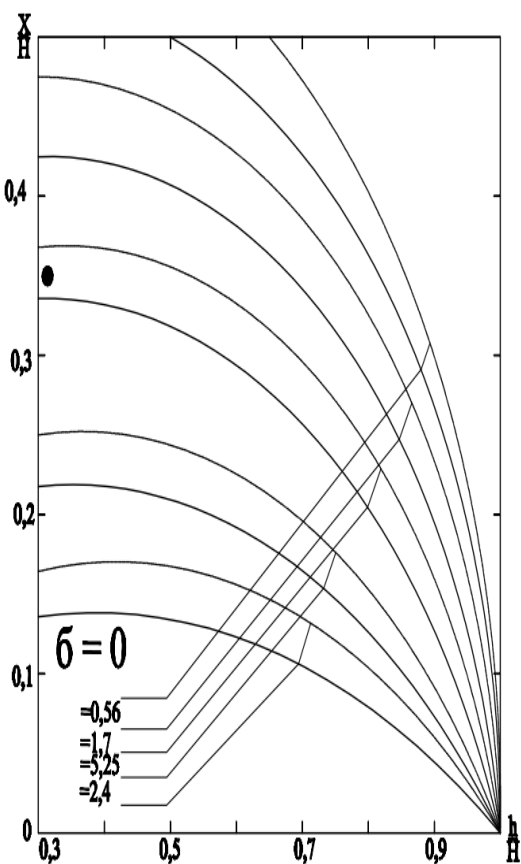
Ширину каверны будем определять из уравнения (17) в котором значение неизвестного предела в интеграле находится из уравнения:

$$(22)$$

$$\frac{B}{H} = I_m \frac{1}{H} \int_1^{u_0} \frac{dz}{du} du = \frac{U}{\pi V_k} \left[\frac{a+1}{a+d} \right]^x \int_{u_0}^1 \frac{(d+u) \sin(\arctg \beta_1 + \alpha \arctg \beta_2 + \alpha \pi)}{(a-u)(u+1)} du$$

$$\beta_1 = \frac{\sqrt{(d^2 - 1)(1 - u^2)}}{1 + du}$$

$$\beta_2 = \frac{\sqrt{(g^2 - 1)(1 - u^2)}}{gu - 1}$$



ри

с.1,рис.2 скорости от относительного расстояния $\frac{x}{H}$ приведены.

В частном случае данной задачи при $\alpha = 1/2$ уравнение (20) упрощается:

(23)

$$u_0 = \frac{-B_0 + \sqrt{B_0^2 - 4A_0C_0}}{2A_0}$$

где

$$A_0 = 2\beta gd + 2d^2 - 1,$$

$$B_0 = 2(\beta(g - d) + d),$$

$$A_0 = 2(1 - \beta) - d^2,$$

$$\beta = \sqrt{\frac{d^2 - 1}{g^2 - 1}}.$$

Для гидротехнических приложений представляет интерес абсцисса точки D раздвоения потока. На рис.1 приведены зависимости $\frac{x_D}{H} = f\left(\frac{h}{H}, \frac{U}{V_k}\right)$. Они позволяют оценить закономерность изменения относительного расстояния $\frac{x_D}{H}$ по мере увеличения $\frac{h}{H}$. Как это видно на рис.1, при значениях $\frac{h}{H} \leq 0,5$. Эта зависимость является прямо линейной, а затем отношение $\frac{x_D}{H}$ быстро приближается к нулю при $\frac{h}{H} \rightarrow 1$.

Здесь сплошные кривые получены при $\alpha = 1/2$, штриховые – при $\alpha = 1/3$.

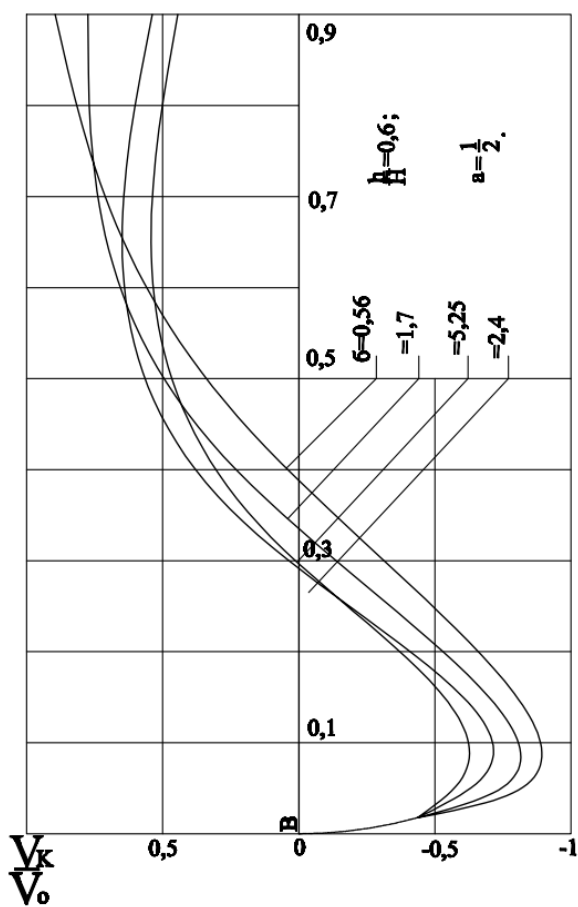
На рис.2 приведены зависимости изменения ширины каверны $\frac{b}{H}$ от относительной ширины $\frac{h}{H}$ при различных значениях $\frac{U}{V_k}$ и при $\alpha: 1/2$ и $1/3$ (сплошные кривые получены при $\alpha = 1/2$ штриховые — при $\alpha = 1/3$). Расчеты показывают, что максимальные значения отмечаются на расстоянии $\frac{h}{H} \approx 0.7-0.8$. По мере увеличения относительной скорости $\frac{U}{V_k}$ при неизменном значении $\frac{h}{H}$ относительная ширина $\frac{b}{H}$ увеличивается.

Заключение. Результаты теоретического и экспериментального определения зависимости осевой скорости от относительного расстояния $\frac{x}{H}$ приведены на рис.2. Экспериментальные измерения осевой скорости жидкости

производились сотрудниками Средне-Азиатского научно-исследовательского института ирригации.

На графике видно, что по мере увеличения расстояния осевая скорость сначала возрастает и при $\frac{x}{H} = 0.1 \div 0.3$ приходит к своему максимальному значению. Затем уменьшается и на некотором расстоянии $\frac{x}{H}$ получает постоянные значения, о чем свидетельствуют экспериментальные данные.

Заметим, что данная структура потока построена темными нитями, закрепленными в шнурах. Сплошная граница каверны получена теоретическим



расчетом.

рис. 3 Распределения скорости вдоль стенки BD .

Результаты теоретического расчета для распределения осевой скорости и структуры потока в водоприемнике достаточно удовлетворительно согласуются с результатами опытных данных сотрудников САНИИР при $\frac{h}{H} = 0.6$.

Распределения скорости вдоль стенки BD показаны на рис. 3 при $\frac{h}{H} = 0.3$,

$\alpha = 1/2$ и при различных значениях чисел кавитации. Любопытно отметить, что абсцисса точки D , где скорость жидкости равна нулю, на рис. 1 и 3 совпадают при одинаковых значениях $\frac{U}{V_k}$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Вабаджанов Ю.Т. Нестационарное движение жидкости в канале с оттоками// Аннот. докладов. - У1 Всесоюзный съезд по теоретической и прикладной механике 24-30 сентября 1986 г. - Ташкент. - 1986. 0.64.
2. Кузнецов А.В., Троепольская О.В. Особенности неустановившихся струйных течений при изменении размеров обтекаемых препятствий// Аннот. докладов. - У1 Всесоюзный съезд по теоретической и прикладной механике 24-30 сентября 1986 г. - Ташкент, 1986. - 0.302.
3. Берман Я.Р., Степанова В.И. Плоское течение в канале с боковым притоком при наличии суперкавитации// Некоторые модели сплошных сред и их приложения. - И.: Наука, 1988. - С.64-71.
4. Хамидов А.А., Ходжаев Д. Течение сжимаемой жидкости в канале с боковыми оттоками// Механика сплошных сред/ Тезисы докладов республиканской конференции. - Ташкент: Фан, 1989.
5. Кузнецов А.В. Нестационарные возмущения течений жидкости со свободными границами. - Казань: Изд-во Казан, гос. ун-та, 1975. 144с
7. Лаврентьев М.А., Шабат Б.В. Методы теории функций комплексного переменного. - М.: Наука, 1973. - 736 с.
8. Лаврентьев М.А., Шабат Б.В. Проблемы гидродинамики и их математические модели. - М.: Наука, 1973. - 416 с.
9. Гуревич М.И. Теория течений со свободными поверхностями// Гидромеханика: Итоги науки и техники ВИНТИ АН СССР. - 1971. - Т.5. - С.32-