SONLAR SISTEMASINING KENGAYTMALARI

Fozilov Shavkatjon Ibrohimjon o‘g‘li,
NamDU o‘qituvchisi
Yo‘ldosheva Maftuna Zokirjon qizi,
NamDU magistranti
E-mail: shavkatmanager@gmail.com

ANNOTATSIYA

Ushbu maqola sonlar sistemasining kengaytmalari, maydon kengaytmalari, guruh va yarim guruhlar, nomerlangan halqalarning algoritmik xossalarini o‘rganishga bag‘ishlangan. Bunda sonlar sistemasi, komplek, natural, butun, haqiqiy, sonlar kengaytmasi, maydon kengaytmasi ba'zi xossalari qaralgan. Ushbu maqolaning maqsadi, sonlar sistemasining kengaytmalari to'liq tasniflashdir.

Kalit so‘zlar: *sonlar sistemasi, komplek, natural, butun, haqiqiy, sonlar kengaytmasi, maydon kengaytmasi.*

EXTENSIONS OF THE NUMBER SYSTEM

ABSTRACT

This article is devoted to the study of algorithmic properties of number system extensions, field extensions, groups and semigroups, and numbered rings. Some properties of the number system, complex, natural, whole, real, number extension, area extension were considered. The purpose of this article is to provide a complete classification of extensions of the number system.

Keywords: *number system, complex, natural, whole, real, number extension, area extension.*

РАСШИРЕНИЯ СИСТЕМЫ ЧИСЛОВ

АННОТАЦИЯ

Данная статья посвящена изучению алгоритмических свойств расширений систем счисления, расширений полей, групп и полугрупп, нумерованных колец. Рассмотрены некоторые свойства системы счисления, комплексное, натуральное, целое, действительное, числовое расширение, расширение площади. Цель этой статьи — дать полную классификацию расширений системы счисления.

Ключевые слова: *система счисления, комплексное, натуральное, целое, действительное, расширение числа, расширение поля.*

KIRISH

N.X.Qosimov[3] ishlarida hisoblanuvchi ravishda ajralib turadigan algebralarning eng umumiy effektiv, strukturaviy va topologik xususiyatlari o'rganilib, bunday algebralarning eng muhim turlari bayon qilingan. Ko'p sonli algebralarning tabiiy va muhim turlari hisoblanuvchi ravishda ajralib turadigan bo'lib chiqdi, shu jumladan aniq bo'lmaganlar orasida negativ algebralar, hisoblanadigan muvofiqlik panjaralari bilan pozitiv algebralar, qoldiq sonli algebralar. Negativ nomerlash va pozitiv algebralar A.I.Maltsev[1], Yu.L.Yershov, A.S.Morozov, S.P.Odintsov va V.L.Selivanov tomonidan har xil nuqtai nazardan o'rganilgan. Ushbu maqolada, nomerlangan halqa va hisoblanuvchi-ajraluvchi halqalar to'liq o'rganilgan.

ASOSIY TA'RIF VA TUSHUNCHALAR

Ta'rif-1. Bo'sh bo'lmagan R to'plamda aniqlangan $+$ va $\cdot$ binar amallar quyidagi aksiomalarni qanoatlantirsa:

(R_1) Ixtiyoriy $a,b,c \in R$ elementlar uchun $(a+b)+c = a+(b+c)$;

(R_2) Ixtiyoriy $a,b \in R$ elementlar uchun $a+b = b+a$;

(R_3) Ixtiyoriy $a \in R$ uchun shunday $0 \in R$ element mavjudki,

bunda $a+0=a$;

(R_4) Ixtiyoriy $a \in R$ uchun shunday $-a \in R$ element mavjudki, bunda $a+(-a)=0$;

(R_5) $(a\cdot b)\cdot c = a\cdot(b\cdot c)$ barcha $a,b,c \in R$;

(R_6) $a\cdot(b+c) = (a\cdot b)+(a\cdot c)$ for all $a,b,c \in R$;

(R_7) $(b+c)\cdot a = (b\cdot a)+(c\cdot a)$ for all $a,b,c \in R$.

$(R,+,\cdot)$ tartiblangan uchlikka *halqa* deyiladi.

Ta'rif-2.

(1) nol-funksiyasi: $z(x)=0$ har bir x uchun.

(2) birni qo'shish: $N(x)=x+1$ har biri uchun.

(3) proeksialash funksiyasi: $U_i^n(x_1,...,x_n)=x_i$ barcha

$$x_1,...,x_n (i=1,...,n; n=1,2,...) \text{ da.}$$

Keyingi ikki qoida mavjud xususiyatlarga asoslangan yangi xususiyatlarni olish uchun ishlatiladi.

(4) superpozitsiya:

$$f(x_1,...,x_n)=g(h_1(x_1,...,x_n),...,h_m(x_1,...,x_n));$$

Bu yerda f

$$g(y_1,...,y_m), h_1(x_1,...,x_n),...,h_m(x_1,...,x_n)$$

larning superpozitsiyasi orqali hosil qilingan.

(5) rekursiya

$$f(x_1,...,x_n,0)=g(x_1,...,x_n)$$

$$f(x_1,...,x_n,y+1)=h(x_1,...,x_n,y,f(x_1,...,x_n,y))$$

Bunda $n=0$ holatni alohida qarab o'tamiz:

$f(0)=k$ (bu yerda k fiksirlangan butun musbat son),

$$f(y+1)=h(y,f(y)).$$

Biz f funksiyani g va h funksiyalar rekursiyasi orqali hosil qildik deymiz

(agar $n=0$ bo'lsa doim h funksiyadan), bunda $x_1,...,x_n$ larni rekursiya *parametrlari* deymiz. Ko'rish qiyin eamski biz f funksiyani to'la aniqlab bo'ldik: $f(x_1,...,x_n,0)$. funksiyani qiymati ikkinchi tenglikdan aniqlanadi va

$$f(x_1,...,x_n,y+1)$$

ni qiymati topishimiz mumkin bo'ladi.

(6) μ - operator: bizga shunday $g(x_1,...,x_n,y)$ funksiya berilgan bo'lsinki. Har qanday $x_1,...,x_n$ uchun y ning kamida bitta qiymati mavjud bo'lsin, qaysiki $g(x_1,...,x_n,y)=0$ da. Endi y eng kichik qiymatni $\mu y(g(x_1,...,x_n,y)=0)$ bilan belgilaylik, qaysiki $g(x_1,...,x_n,y)=0$ bo'lsin. y eng kichik qiymatini biz $\mu y(g(x_1,...,x_n,y)=0)$ orqali belgilaymiz, qaysiki $g(x_1,...,x_n,y)=0.$ Uumuman olganda biz har qanday $R(x_1,...,x_n,y)$ munosabat uchun y ning eng kichik qiymatini $\mu yR(x_1,...,x_n,y)$ orqali belgilaymiz. Bu yerda $R(x_1,...,x_n,y)$ to'g'ri bo'ladi, agarda bunday bunosabat mavjud bo'lsa. Bizga $f(x_1,...,x_n)=\mu y(g(x_1,...,x_n,y)=0)$ tenglik berilgan bo'lsin. Aytishimiz mumkinki f funksiya g funksiyadan μ - operator yordamida olinadi. Agar g funksiya uchun yuqoridagi tenglik bajarilsa: har qanday $x_1,...,x_n$ lar uchun y ning kamida bitta qiymati mavjud, buning uchun $g(x_1,...,x_n,y)=0.$

Agar funksiyani cheklangan sonli almashtirishlar (4) va rekursiyalar (5) yordamida dastlabki funksiyalardan hosil qilish mumkin bo'lsa, f funksiyasi *primitiv hisoblanuvchi* deb ataladi.

3. Nomerlangan halqalar

Ta'rif-3. Agar K halqa bo'lib unda ikkita binar «+» va «$\bullet$» amal aniqlangan bo'lsin. $\nu:\omega\to K$ akslantirish uchun «+» va «$\bullet$» binar amallar uchun quyidagi shartlarni qanoatlantiradigan

$$f_+ : \omega^2 \to \omega, \text{ qaysiki } \nu m + \nu n = \nu f_+(m,n),$$

$$f_\bullet : \omega^2 \to \omega, \text{ qaysiki } \nu m \bullet \nu n = \nu f_\bullet(m,n)$$

hisoblanuvchi funksiya mavjud bo'lsa, (K,ν) juftlik nomerlangan halqa deyiladi.

Agar ν nomeratsiya negativ (pozitiv, hisoblanuvchi) bo'lsa, u holda nomerlangan (K,ν) halqa negativ (pozitiv, hisoblanuvchi) deyiladi.

Nomerlangan ekivalentlik $\eta = \{\langle x, y\rangle / \nu x = \nu y\}$.

Ta'rif-4. Agar nomerlangan halqada hisoblanuvchi ajraluvchi nomerlangan ekivalentlik bo'lsa, nomerlangan halqa hisoblanuvchi ajraluvchi deyiladi.

Quyidagi teorema shuni ko'rsatadiki, negativ halqalar hisoblanuvchi-ajratiladigan halqalarning muhim aniq bo'lmagan misollari hisoblanadi.

Teorema-1. Barcha negativ (K,ν) halqalar hisoblanuvchi-ajraluvchi nomerlangan halqa bo'ladi.

Isbot. $[\ ]_\nu$ operator orqali ν yopiq bo'lgan nomerlangan ekivalentliklarni bergilaymiz. Ya'ni $[\alpha]_\nu$ operator α ni o'z ichiga olgan eng kichik $\nu-$ yopiq to'plamdir. Aytishimiz mumkinki, z natural son rad etilsa α to'plamdan, ya'ni $z \notin [\alpha]_\eta$. Bizga chekli to'plamlarning $\delta_0, \delta_1, \ldots$ kuchli sanaluvchi to'plamlar ketma-ketligi berilga bo'lsin. Bilish qiyin emaski η ning negativligidan «z rad etilsa δ_n tomonidan» ushbu munosabat hisoblanuvchi sanaluvchi hisoblanadi va bu z va n ga tekis bo'g'liqdir. Aytaylik, K‡ $\neg PA(\nu(a,b))$ bo'lsin. $A \subseteq \omega$ kortejlar to'plamini tuzamiz, quyidagi protseduralarni hosil qilinadi:

0-qadam:

$$\alpha^0 = \{a\}, \quad \beta^0 = \{b\}$$

e +1- qadam: birinchi uchragan $z \in \omega^n$ ni olamiz va u $\alpha^e \cup \beta^e$ ga tegishli bo'masin, va biz tekshirishni boshlaymiz ushbu to'plamlarning har biridan rad etilganligini. Agar z, α^e da rad etilsa, u holda

$$\alpha^{e+1} = \alpha^e, \quad \beta^{e+1} = \beta^e \cup \{z\}$$

boladi.

Agar z , β^e dan rad etilsa, u holda $P(\nu z)$ ni yolg'onligini tekshirishni boshlaymiz.

Agar jovobimiz «ha» bo'lsa, u holda quyidagicha bo'ladi:

$$\alpha^{e+1} = \alpha^e \cup \{\overline{z}\}$$

Agar unda bo'lmasa, α^e rad etsa z quyidagicha hisoblaymiz:

$$\alpha^{e+1} = \alpha^e, \quad \beta^{e+1} = \beta^e \cup \{z\}$$

$e+1$ -ohirgi qadam.

Endi har bir e qadamda z ni α^e, β^e ga tegishli bo'lish bo'lmasligini tekshiramiz.

0-qadamda $\left[\alpha^0\right]_\nu \cap \left[\beta^0\right]_\nu = \varnothing$ ga ega bo'lamiz.

Bizga $\left[\alpha^0\right]_\nu \cap \left[\beta^0\right]_\nu = \varnothing$ berilgan bo'lsin va z bu to'plamlardan kamida

bittasidan rad etiladi. Agar z ni β^e rad etsa, u holda K‡ $\neg P\!\!\!A(\nu(a,b))$ yoki z ni α^e rad etadi. Bundan keliob chiqadi α^e, β^e to'plamlar barcha e lar uchun aniqlanadi.

$$\alpha = \bigcup_{e \geq 0} \alpha^e, \quad \beta = \bigcup_{e \geq 0} \beta^e$$

z bu to'plamlarning qaysidir biriga tegishligidan, bunda $\alpha \cup \beta = \omega$ va barcha e lar uchun $\left[\alpha^0\right]_\nu \cap \left[\beta^0\right]_\nu = \varnothing$ ligidan, kelib chiqadiki $\alpha \cap \beta = \varnothing$ biz shuni tekshirsak boldi, ya'ni α (tekshirgan bo'lamiz β ni ham) ν -yopiqligini. Bizga berilgan bo'lsin $u \in \alpha$ va $\nu\upsilon = \nu u$. Agar $cu = c\upsilon$ (c -funksiya o'ramasi) bo'lsa, u holda qandaydir e uchun $u \in \alpha^e$, $\upsilon \notin \alpha^e \cup \beta^e$ ga ega bo'lamiz. U holda υ ni α to'plam tomonidan rad-etilmaydi hech bir qadamda, υ qaysidir $e^1 > e$ qadamda β^e to'plam tomonidan rad-etiladi va K‡ $\neg P\!\!\!A(\nu\upsilon)$ o'rinli , shu sababli $\upsilon \in \alpha$. Agar $c\upsilon < cu$ unda $\upsilon \in \alpha$ bo'ladi. Aks holda u hech bir qadamda β^e to'plam tomonidan rad-etilmaydi, demak u ni α^e to'plam rad-etadi, bundan $u \notin \alpha^e$ o'rinli bo'ladi. Ziddiyatdir. Bundan kelib chiqdiki α ν- yopiq hisoblanuvchi to'plam. $A = \alpha$ bo'lsin, u holda qadamlarni qurulishiga ko'ra $x \in A$ va $\forall a \in A$ K‡ $\neg P\!\!\!A(\nu z)$.

Teorema isbot bo'ldi.

K kamutativ birlik elementga ega bo'lgan halqa butunlik sohasi deyiladi, agar

$$a \bullet b = 0 \ \& \ (a = 0 \vee b = 0); \ \forall a, b \in \mathrm{K}.$$

Misol uchun: butunlik sohasi hisoblanuvchi-ajraluvchi nomerlangan halqa deyiladi. (K, ν) nomerlangan halqa sifatida

$$\neg \mathrm{P} = \{ a \bullet b = 0 \ \& \ (a \neq 0 \& b \neq 0) \}.$$

Quyidagi teoremalar hisoblanuvchi-ajraluvchi nomerlagan halqalar strukturasi nuqtai nazariyasidan, negativ halqalarning muhim ro’lini ifodalaydi.

REFERENCES

1. Xojiev J.X. Faynleyb A.S. Algebra va sonlar nazariyasi kursi, Toshkent, «O‘zbekiston», 2001 y.
2. David Cherney, Tom Denton and Andrew Waldron, Linear Algebra, 2013.
3. Касымов Н.Х. Рекурсивно отделимые нумерованные алгебры // УМН. - 1996. – Т.51. – №3 – С. 145–176.
4. Fozilov, Shavkatjon Ibrohimjon o'g'li, and Maftuna Zokirjon qizi Yo'ldosheva. "Autentifikatsiya muammolari, usullari va vositalari." Sharq uyg'onishi: Innovatsion, ta'lim, tabiiy va ijtimoiy fanlar 2.6 (2022): 1197-1206.
5. Malik D.S., Mordeson J.N., Sen M.K., Introduction to Abstract Algebra.- Copyright, 2007, p.266.
6. Prasalov V.V. Polynomials, Springer, Berlin. 2004
7. Fozilov, Shavkatjon Ibrohimjon o‘g‘li. "Ovozni tanish algoritmlari." Oriental renaissance: Innovative, educational, natural and social sciences 2.5-2 (2022): 553-562.
8. Kenneth Kuttler Elementary linear algebra 2012, Ventus.