MATEMATIKA FANINI O‘RGANISH JARAYONIDA UCHRAYDIGAN AYRIM MUAMMOLAR

Djakayeva Kenjagul Davletboyevna
Pedagogika fani bo‘yicha falsafa doktori (PhD)
Qoraqalpoq davlat universiteti akademik litseyi,
Davlatboyev Temur Obod o’g’li
Stajyor izlanuvchi, Nukus davlat pedagogika instituti

ANNOTATSIYA

Mazkur maqolada funksiya grafiklarining o‘zaro kesishish va urinish nuqtalariga ega bo‘lish shartlarini tekshirishga bog‘liq masalalar misollar bilan keltirilgan.

Kalit so‘zlar: *umumiy nuqta, kesishish, urinish, parabola, grafik, absissa, ildiz.*

ABSTRACT

This article provides examples of issues related to the examination of the conditions for the intersection of function graphs and the existence of test points.

Keywords: *common point, intersection, attempt, parabola, graph, abscissa, root.*

АННОТАЦИЯ

В статье приведены примеры задач, связанных с исследованием условий пересечения графиков функций и существования контрольных точек.

Ключевые слова: *общая точка, пересечение, попытка, парабола, граф, абсцисса, корень.*

KIRISH

Ayrim paytlari matematik masalalarni yechish jarayonida hosilaga bog‘liq yechiladigan holatlar uchrashadi. Bunday holatlarning biri funksiya grafiklarining o‘zaro kesishish va urinish nuqtalariga ega bo‘lish shartlarini tekshirishga bog‘liq masalalardir.

Aytaylik, $y = f(x)$ va $y = g(x)$ funksiyalar mos ravishda D_1 va D_2 sohalarida aniqlangan, uzluksiz funksiyalar va $D = D_1 \cap D_2$ to‘plami bo‘sh emas to‘plam bo‘lsin. U holda D sohasida bu funksiyalarning grafiklari uchun quyidagi holatlarning ayrimlari o‘rinli bo‘ladi: grafiklar umumiy nuqtaga ega bo‘lmagan holda, grafiklar umumiy nuqtada o‘zaro kesishgan holda, o‘zaro uringan holda, umumiy nuqtaning absissalari oldin berilgan bazi-bir λ sonidan katta yoki kichik bo‘lgan holda yoki umumiy nuqtaning absissalari oldin berilgan bazi-bir λ_1 va λ_2 sonlarining orasida joylashgan holda va hakoza.

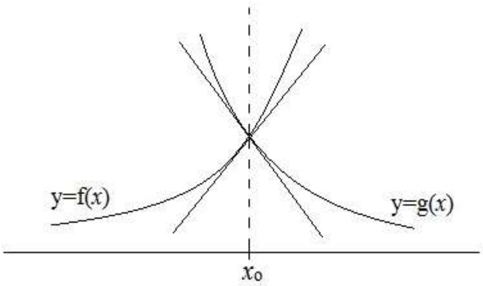
MUHOKAMA VA NATIJALAR

Biz hosila yordamida shunday savollarni tekshirish masalalarini qaraymiz.

Grafiklar o‘zaro kesishgan holda umumiy nuqtaga ega. Aytaylik $y = f(x)$ va $y = g(x)$ funksiyalarning grafiklari D sohasida yotuvchi va uzluksiz hosilaga ega bo‘luvchi $x = x_0$ nuqtada kesishadigan bo‘lsin. Bu holatda $x = x_0$ nuqtada ularning ordinatalari bir xil bo‘lib, shu nuqtadagi urinmalarning burchak koeffitsientlari har xil bo‘ladi, ya’ni

$$\begin{cases} f(x_0) = g(x_0), \\ f'(x_0) \neq g'(x_0). \end{cases} \qquad (1)$$

Demak, funksiya grafiklarining $x = x_0$ nuqtasidagi xarakterini aniqlash uchun (1) sistemaning o‘rinli bo‘lishini tekshirish etarli.



Misol uchun, aytaylik $y = 2x^3 + 2x + 1$ va $y = x^3 + 3x + 1$ funksiya grafiklarining umumiy nuqtadagi xarakterini aniqlayik. (1) sistemadagi tenglama bo‘yicha umumiy nuqta aniqlanadi

$$2x^3 + 2x + 1 = x^3 + 3x + 1,$$

bundan $x_0 = 0$ va $x_0 = 1$. Bu umumiy nuqtalarni (1) sistemadagi tengsizlikga qo‘ysak

$$6x_0^2 + 2 \neq 3x_0^2 + 3$$

bo‘lib, $x_0 = 0$ va $x_0 = 1$ nuqtalarning ikkalasi ham (1) sistemani qanoatlantiradi, bu bo‘lsa $x_0 = 0$ va $x_0 = 1$ nuqtalarning ikkalasi ham funksiya grafiklarining urinmagan holda, ya’ni ularning grafiklarining kesishgan holda, umumiy nuqtaga ega ekanligini ko‘rsatadi.

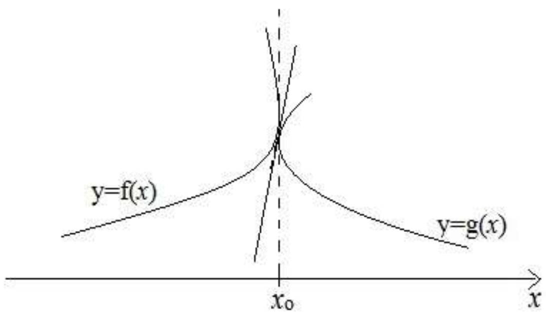
Xususiy holatda, agar funksiya grafiklarining umumiy nuqtasini aniqlash paytida $f(x) = g(x)$ tenglamasi kvadrat tenglama bo‘lib qolsa, u holda umumiy nuqtaning xarakterini aniqlashda hosilani foydalanmay, diskriminantning ishorasini tekshirish yo‘li bilan bu nuqtalarning xarakterini aniqlashga bo‘ladi. Misol uchun,

$y = x^3 + x^2 + 3$ va $y = x^3 + 3x + 1$ funksiyalar grafiklarining umumiy nuqtasini tekshirish kerak bo'lsa, u holda $f(x) = g(x)$ tenglamasi $x^2 - 3x + 2 = 0$ ko'rinishdagi kvadrat tenglama bo'lib, bu tenglamaning diskriminanti musbat bo'lishi sababli umumiy $x_0 = 1$ va $x_0 = 2$ nuqtalarda bu funksiyalarning grafikliri bir-biri bilan kesishadi.

Grafiklar o'zaro uringan holda umumiy nuqtaga ega. Aytaylik, $y = f(x)$ va $y = g(x)$ funksiyalarining grafiklari D sohasida yotuvchi $x = x_0$ nuqtada bir biri bilan urinadigan bo'lsin. Bu holda $x = x_0$ nuqtada ularning ordinatalari va shu nuqtadagi urinmalarning burchak koeffitsientlari ham bir xil bo'ladi, ya'ni

$$\begin{cases} f(x_0) = g(x_0), \\ f'(x_0) = g'(x_0). \end{cases} \tag{2}$$

Demak funksiya grafiklarining $x = x_0$ nuqtasining xarakterini aniqlash uchun (2) sistemaning o'rinli bo'lishini tekshirish yetarli.



Misol uchun, aytaylik $y = mx^2 - 3$ va $y = 4x + 1$ funksiya grafiklarining umumiy nuqtasining xarakterini aniqlaylik. (2) sistemaning birinchi tenglamasi bo'yicha umumiy nuqta aniqlanadi

$$mx^2 - 3 = 4x + 1$$

yoki

$$mx^2 - 4x - 4 = 0.$$

Bundan, $D = 16 + 16m$ bo'lib, $m = -1$ uchun bu funksiya grafiklarining umumiy nuqtasining absissasi $x_0 = -2$ bo'ladi va bu nuqtada ularning $y' = -2x$ va $y' = 4$ hosilalarining qiymatlari tenglashib, natijada $x_0 = -2$ nuqtada bu funksiyalarning grafiklari (2) ning ikkinchi tengligi bo'yicha bir-biri bilan uringan holda umumiy nuqtaga ega bo'ladi.

Kelgusi vaqtlari biz $y = f(x)$ va $y = g(x)$ funksiyalarini $f(x) = g(x)$ tenglamasi kvadrat tenglama bo‘lish sharti bilan olamiz.

Umumiy nuqtalarning absissalari oldin berilgan λ sonidan katta yoki kichik. Aytaylik, $y = f(x)$ va $y = g(x)$ funksiyalari berilgan bo‘lsin. Endi biz qanday shartlar bajarilganda, bu funksiyalarning grafiklari oldin berilgan $x = \lambda$ to‘g‘risining o‘ng yoki chap tomonida umumiy nuqtaga ega bo‘lishini ko‘rsataylik.

$$f(x) = g(x) \tag{3}$$

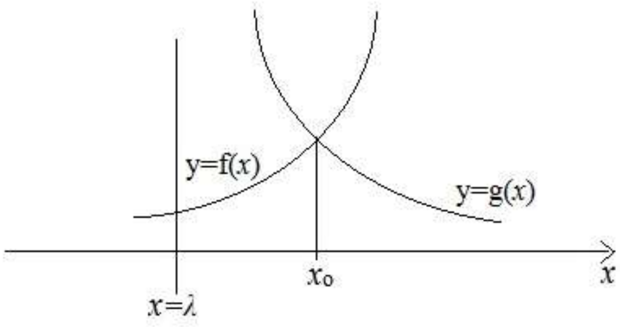
tenglamasi kvadrat tenglama bo‘lib $D \geq 0$ bo‘lsin. U holda bu funksiyalarning grafiklari eng kamida bitta umumiy nuqtaga ega bo‘ladi. $y = f(x) - g(x)$ parabolasining shoxalari yuqoriga qaragan bo‘lib, $x = x_0$ to‘g‘risi $x = \lambda$ to‘g‘risining o‘ng tomonidan o‘tadigan shu parabolaning simmetriya to‘g‘risi bo‘lsin. ya’ni $y'(x_0) = 0$. U holda

$$y(\lambda) = f(\lambda) - g(\lambda)$$

qiymati musbat bo‘ladi. Shunday qilib bu holatda, $y = f(x)$ va $y = g(x)$ funksiya grafiklarining umumiy nuqtasining absissasi, ya’ni (3) tenglamaning ildizlari λ sonidan katta bo‘lishi uchun

$$\begin{cases} D \geq 0, \\ x_0 > \lambda, \\ f(\lambda) - \text{g}(\lambda) > 0 \end{cases} \tag{4}$$

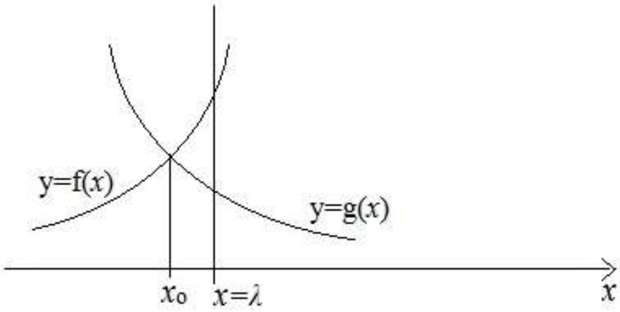
shartlari o‘rinli bo‘lishi kerak.



Agar

$$\begin{cases} D \geq 0, \\ x_0 < \lambda, \\ f(\lambda) - \text{g}(\lambda) > 0 \end{cases} \tag{5}$$

sharti o‘rinlansa, u holda $y = f(x)$ va $y = g(x)$ funksiya grafiklarining umumiy nuqtasining absissasi, ya’ni (3) tenglamaning ildizlari λ sonidan kichik bo‘ladi.



Agar $y = f(x) - g(x)$ parabolasining shoxalari pastga qaragan bo‘lsa, u holda (4) shart

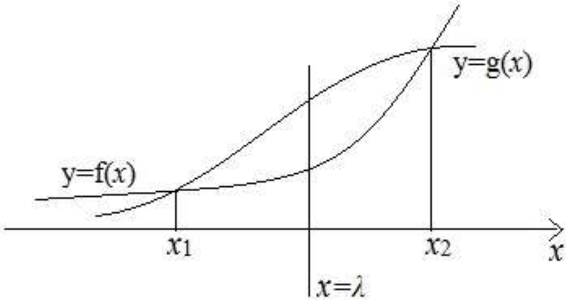
$$\begin{cases} D \geq 0, \\ x_0 > \lambda, \\ f(\lambda) - g(\lambda) < 0 \end{cases}$$

ko‘rinishga, (5) shart esa

$$\begin{cases} D \geq 0, \\ x_0 < \lambda, \\ f(\lambda) - g(\lambda) < 0 \end{cases}$$

ko‘rinishga ega bo‘ladi.

Umumiy nuqtalarning absissalarining biri oldin berilgan λ sonidan kichik, ikkinchisi esa katta. Bu holda (3) kvadrat tenglama ikkita ildizga ega bo‘lishi shart va shu sababli $D > 0$ bo‘lishi kerak, $x = x_0$ to‘g‘risining λ sonidan kichik yoki katta bo‘lishi bizga kerak bo‘lmaydi, faqat parabola shoxasi yuqoriga qaragan holatda $y(\lambda) = f(\lambda) - g(\lambda)$ ning qiymatining manfiy ekanligini hisobga olish yetarli.

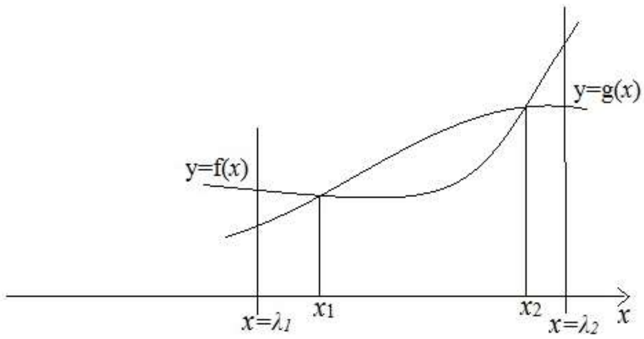


Shunday qilib, umumiy nuqtaning absissalarining biri oldin berilgan λ sonidan kichik, ikkinchisi katta bo‘lishi uchun

$$\begin{cases} D > 0, \\ f(\lambda) - g(\lambda) < 0 \end{cases}$$

sharti o‘rinli bo‘lishi kerak bo‘ladi.

Umumiy nuqtalarning absissalari oldin berilgan λ_1 va λ_2 sonlarining orasida yoki ikki tomonida. Aytaylik, dastlab umumiy nuqtalar berilgan $x = \lambda_1$ va $x = \lambda_2$ to‘g‘rilarning orasida bo‘lgan holatni qaraylik. Bu holatda (3) kvadrat tenglama kamida bitta ildizga ega bo‘ladi, ya’ni $D \geq 0$, shu bilan birga $y = f(x) - g(x)$ parabola shoxasi yuqoriga qaragan holda $y(\lambda_1)$ va $y(\lambda_2)$ ning qiymatlari musbat bo‘ladi.



Shunday qilib, agar

$$\begin{cases} D \geq 0, \\ \lambda_1 < x_0 < \lambda_2, \\ f(\lambda_1) - g(\lambda_1) > 0, \\ f(\lambda_2) - g(\lambda_2) > 0 \end{cases}$$

sistemasidagi shartlar o‘rinli bo‘lsa, u holda umumiy nuqtalar berilgan $x = \lambda_1$ va $x = \lambda_2$ to‘g‘rilar orasida joylashadi, bu yerda $x = x_0$ to‘g‘risi $y = f(x) - g(x)$ parabolaning simmetriya to‘g‘risi.

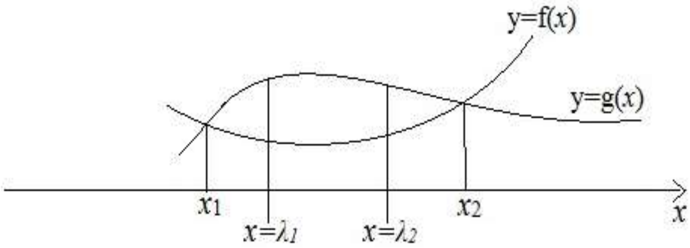
XULOSA

Endi, umumiy nuqtalar berilgan $x = \lambda_1$ va $x = \lambda_2$ to‘g‘rilarning ikki tomonida bo‘lgan holatni qaraylik. Bu holatda (3) kvadrat tenglama ikkita ildizga ega bo‘lishi shart**,** va shu sababli $D > 0$ bo‘lishi kerak. Agar, $y = f(x) - g(x)$ parabola shoxasi yuqoriga qaragan bo‘lsa, u holda $y(\lambda_1)$ va $y(\lambda_2)$ ning qiymatlari manfiy bo‘ladi.

Shunday qilib, agar

$$\begin{cases} D > 0, \\ f(\lambda_1) - g(\lambda_1) < 0, \\ f(\lambda_2) - g(\lambda_2) < 0 \end{cases}$$

sistemasidagi shartlar o‘rinlansa, u holda umumiy nuqtalar berilgan $x = \lambda_1$ va $x = \lambda_2$ to‘g‘rilarning ikki tomonida bo‘ladi



REFERENCES

1. Козко А.И., Чирский В.Г. Задачи с параметром и другие сложные задачи. –М.: МЦНМО, 2007. –296 с.
2. Куланин Е.Д., Норин В.П., Федин С.Н., Шевченко Ю.А. 3000 конкурсных задач по математике. –5-е изд., испр. –Т67 М.: Айрис-пресс, 2003. –624 с.
3. Мордкович А.Г. Алгебра и начала анализа. 10-11 класссы: в 2 частях. Часть 1. Учебник. 10-е изд. стер. М.: Мнемозина, 2009. –399 с.