

УДК 154.1:681.142.36

ИССЛЕДОВАНИЕ МЕТОДОВ ФИЛЬТРАЦИИ ШУМА НА МАММОГРАФИЧЕСКИХ СНИМКАХ

Ю.А.Буланова¹, к.т.н., доцент.,
С.С.Садыков¹, д.т.н., профессор,
И.Р.Самандаров², к.т.н., доцент.,
Н.Т.Душатов², З.М.Миратоев.

¹Муромский институт Владимирского государственного университета, г. Муром, Россия, yuliyabulanovad@yandex.ru, sadykovss@yandex.ru

²Алмалыкский филиал ТГТУ, г. Алмалык, Узбекистан, samadarov.2003@gmail.com, n_dushatov@rambler.ru, miratoyev2014@mail.ru

АННОТАЦИЯ

Приведены результаты исследований по уменьшению и устранению шума на маммографических снимках с использованием 11 методов фильтрации

Ключевые слова: Шум, фильтрация, изображение, маммографический снимок, контраст, гистограмма.

ABSTRACT

The results of studies on the reduction and elimination of noise on mammography images using 11 filtering methods are presented.

Keywords: Noise, filtering, image, mammography, contrast, histogram.

ВВЕДЕНИЕ

Фильтрация шума представляет собой один из самых важных этапов обработки изображений. Она применяется как для улучшения визуального восприятия, так и для увеличения четкости и качества изображения для успешного решения задачи распознавания объектов.

Для подавления шума широкое распространение получил линейный двумерный фильтр в связи с его простотой реализации и достаточно высокой эффективности работы [1].

Апертура (окно) – участок плоскости, на котором определяется некоторая функция – весовая функция или функция окна.

Маска – это совокупность апертуры и весовой функции заданной в ней.

Общая схема фильтрации с помощью маски заключается в следующем. Апертура перемещается по изображению и в каждом ее положении выполняются однородные действия, которые определяют отклик фильтра.

Весовая функция в процессе перемещения окна остается неизменной. При каждом положении аперттуры выполняется операция свертки значений элементов маски (фрагмента изображения) и аперттуры. Полученное значение делится на нормирующий коэффициент. И таким образом вычисленная величина, являющаяся откликом фильтра, присваивается тому элементу нового (отфильтрованного) изображения, который соответствует положению центра аперттуры[18-22].

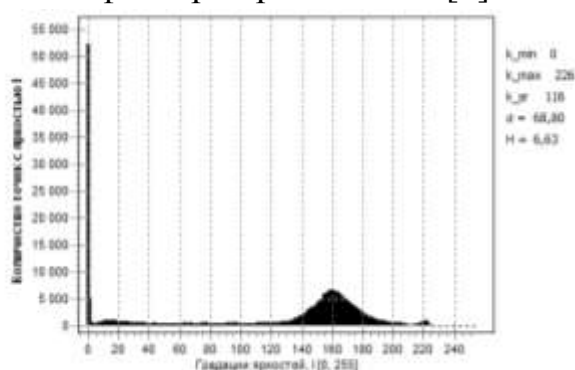
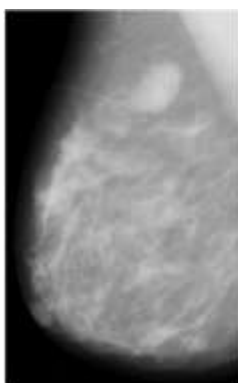
1. Линейный нерекursивный фильтр

Массив выходного изображения G формируется путем дискретной свертки входного изображения F и функции окна $H(p, q)$:

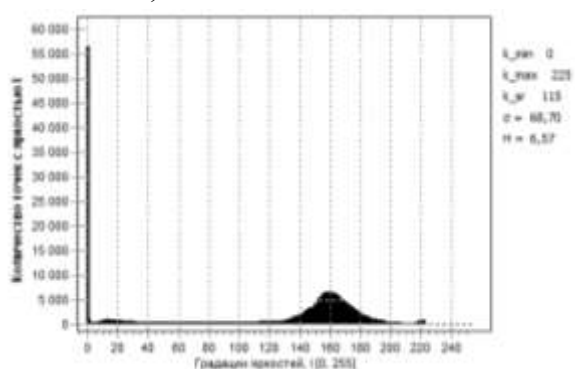
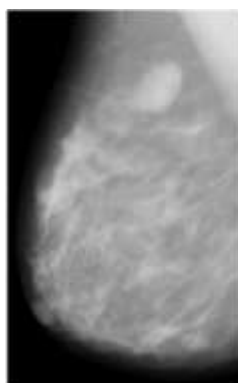
$$G(i, j) = \sum_{p=1}^{M_p} \sum_{q=1}^{M_q} F(i - p_m + p, j - q_m + q) H(p, q), \quad (1)$$

где (p, q) – текущий элемент окна, $p=1, 2, 3, \dots, M_p$ – текущая строка, $q=1, 2, 3, \dots, M_q$ – текущий столбец, $M_p \times M_q$ – размер маски, $i, j \in [N, M]$ – размер изображений, (p_m, q_m) – центр окна.

Наиболее известные маски такого фильтра приведены в [1].



a)



б)

Рис.1 – Пример работы линейного нерекурсивного фильтра: а) исходное изображение и его гистограмма, б) изображение после обработки маской 3×3 и его гистограмма

На рис. 1 (а,б) отображены расчеты основных характеристик исходного и обработанного изображений – минимальная ($k_{\min}$), максимальная ($k_{\max}$), средняя яркости (k_{sr}), среднеквадратическое отклонение (σ) и энтропия (H). Как видно из представленных расчетов, никаких значительных изменений после фильтрации не произошло.

2. Рекурсивный фильтр

Фильтры, в которых выходные значения $G(x,y)$ определяются не только через входные значения $F(x,y)$, но и через соответствующие выходные значения, называются рекурсивными.

При рекурсивной фильтрации маска можно сохранять те же значения весовых множителей, однако существуют рекурсивные фильтры со специально подобранными множителями. Элементы входного изображения в пределах окна изменятся и примут вид:

$$G_{x,y}(i,j) = \begin{vmatrix} g(i-1,j-1) & g(i-1,j) & g(i-1,j+1) \\ g(i,j-1) & f(i,j) & g(i,j+1) \\ g(i+1,j-1) & g(i+1,j) & g(i+1,j+1) \end{vmatrix}, \quad (2)$$

где $G_{x,y}(i,j)$ – рекурсивное выходное значение изображения, $g(i,j)$ – выходное значение изображения для рекурсивного фильтра, $f(i,j)$ – входное значение изображения.

Весовые и нормирующий множители рекурсивного фильтра зависят от местоположения маски; рекурсивный локальный фильтр позволяет учитывать все входные значения фильтруемого изображения, т.е. приближается по своему действию к глобальному фильтру [2].

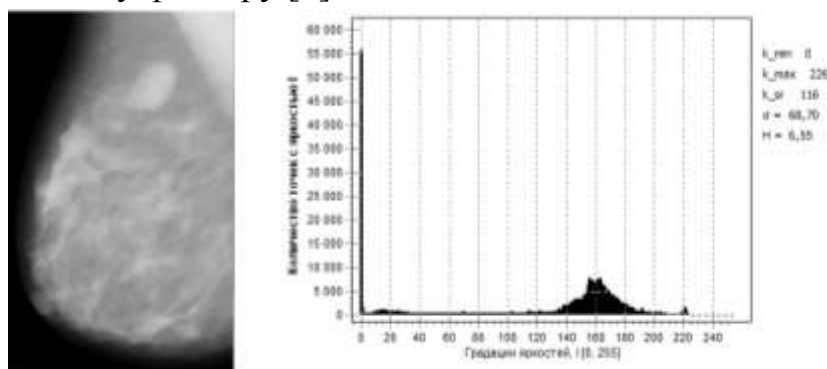


Рис.2 – Пример работы рекурсивного фильтра первого рода: изображение (рис. 1(а)) после обработки маской 3×3 и его гистограмма

Результат работы рекурсивного фильтра мало чем отличается от работы линейного нерекурсивного фильтра: незначительно уменьшилось значение энтропии.

3. Усредняющий фильтр

Работа усредняющего фильтра заключается в замене яркости в данном пикселе на среднюю яркость, вычисленную в его окрестности, включая и сам пиксель [3].

$$H(p, q) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \times 1/9 \quad (3)$$

$$G(i, j) = \sum_{p=1}^{M_p} \sum_{q=1}^{M_q} F(i - p_m + p, j - q_m + q) H(p, q),$$

где $H(p, q)$ -маска усредняющего фильтра.

К недостаткам можно отнести сглаживание ступенчатых и пилообразных функций. Кроме того, пиксели, имеющие существенно отличное значение яркости и являющиеся шумовыми, будут вносить значительный нежелательный вклад в результат обработки.

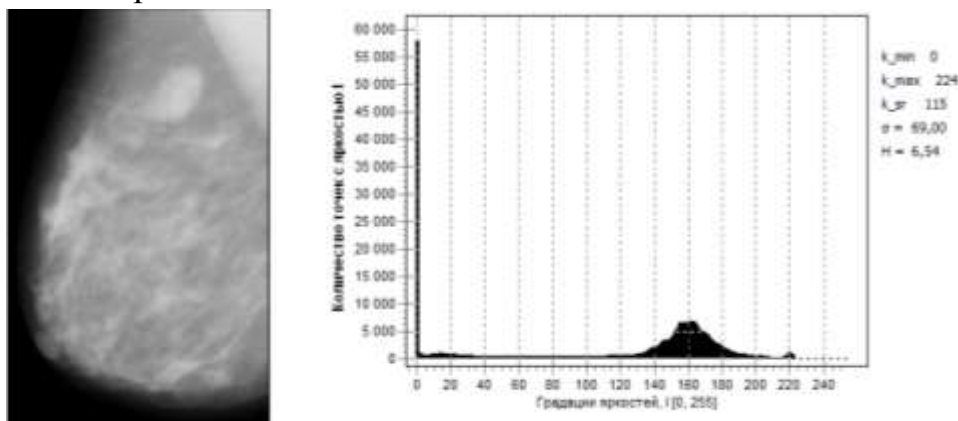


Рис.3 – Пример работы усредняющего фильтра: изображение (рис. 1(a)) после обработки маской 3×3 и его гистограмма

4. Медианный фильтр

Все недостатки линейных фильтров устраняет медианная фильтрация [1,3-5]. При медианной фильтрации используется двумерное окно, обычно имеющее центральную симметрию, при этом его центр располагается в текущей точке фильтрации. Размеры апертуры принадлежат к числу параметров, оптимизируемых в процессе анализа эффективности алгоритма. Отсчеты изображения, оказавшиеся в пределах окна, образуют рабочую выборку

текущего шага. Двумерный характер окна позволяет выполнять, по существу, двумерную фильтрацию, поскольку для образования оценки привлекаются данные как из текущих строки и столбца, так и из соседних. Характерной особенностью медианного фильтра, отличающей его от сглаживающего, является сохранение перепадов яркости (контуров) [6].

Основными достоинствами медианных фильтров являются:

- простота реализации, как аппаратными, так и программными средствами;
- не влияет на ступенчатые и пилообразные функции;
- хорошо подавляет случайные выбросы отчетов, которые характеризуют импульсный шум;
- концепцию медианного фильтра легко применяется для двумерных сигналов с возможностью выбора скользящего окна желаемой формы (прямоугольное, крестообразное, кольцевое, круговое).

Несмотря на все достоинства медианных фильтров, они характеризуются также отрицательными чертами, такими как: это нелинейный метод обработки изображений, так как медиана суммы двух произвольных последовательностей не равна сумме их медиан, что существенно усложняет математический анализ их характеристик; нельзя разграничить влияние указанных фильтров на сигнал и шум, что для линейных фильтров делается очень просто; двумерная обработка приводит к более существенному ослаблению сигнала [14-17].

При медианной фильтрации зашумленных изображений степень сглаживания контуров объектов напрямую зависит от размеров апертуры фильтра и формы маски. При малых размерах апертуры лучше сохраняются контрастные детали изображения, но в меньшей степени подавляются импульсные шумы. При больших размерах апертуры наблюдается обратная картина. Оптимальный выбор формы сглаживающей апертуры зависит от специфики решаемой задачи и формы объектов. Особое значение это имеет для задачи сохранения перепадов (резких границ яркости) в изображениях. Если применять медианную фильтрацию с адаптивным изменением размера окна фильтра в зависимости от динамики сигнала характера шумов (адаптивная медианная фильтрация), можно значительно уменьшить указанные недостатки. Схемы адаптивной фильтрации [5], позволяют изменить импульсную характеристику фильтра в зависимости от локального значения сигнала изображения.

В качестве критерия размера окна можно использовать, например, величину отклонения значений соседних отсчетов относительно центрального

ранжированного отсчета. При уменьшении этой величины ниже определенного порога размер окна увеличивается.

$$G(x, y) = M[F(x, y)], \quad (4)$$

где $G(x, y)$ – выходное значение точки (x, y) изображения, M – оператор медианной фильтрации, $F(x, y)$ – входное значение точки (x, y) изображения.

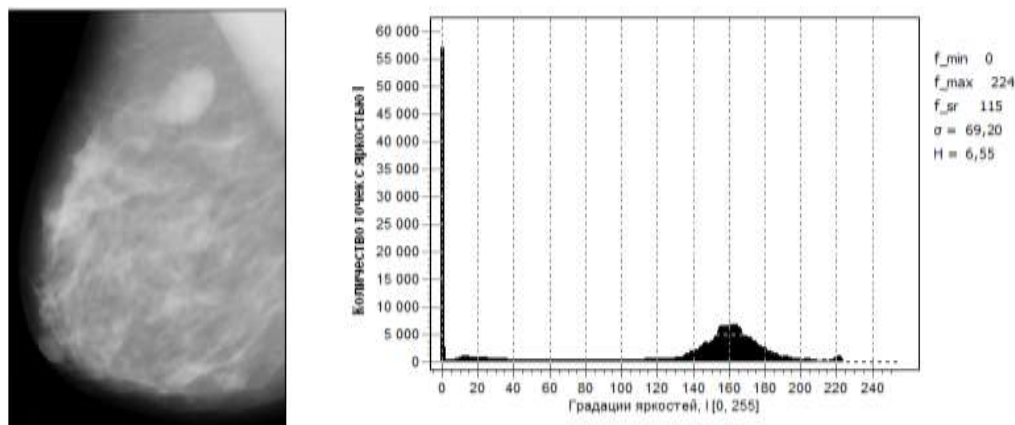


Рис.4 – Пример работы медианного фильтра: изображение (рис. 1(a)) после обработки маской 3×3 и его гистограмма

5. Взвешенно-медианные фильтры

Взвешенно-медианные фильтры применяют, если желательно придать больший вес центральным точкам. Это достигается путем повторения k_i раз каждого набора отсчетов в апертуре фильтра. Такая растянутая последовательность также сохраняет перепады сигнала и в определенных условиях позволяет увеличить подавление дисперсии статистических шумов в сигнале. Ни один из весовых коэффициентов k_i не должен быть значительно больше всех других.\

Так, например, при $n=3$ и $k_1=k_1=2$, $k_0=3$ вычисление взвешенной медианы входного числового ряда производится по формуле:

$$y_i = M[x_{i-1}, x_{i-1}, x_0, x_0, x_0, x_1, x_1], \quad (5)$$

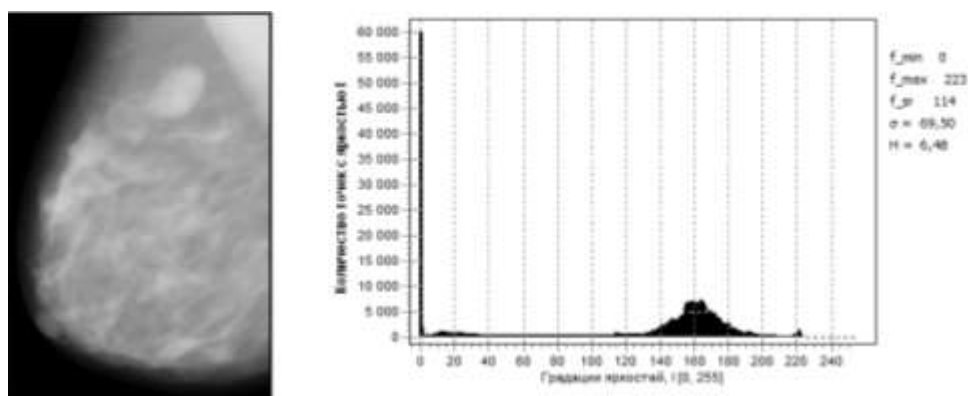


Рис.5 - Пример работы взвешенно-медианного фильтра: изображение (рис. 1(a)) после обработки маской 3×3 и его гистограмма

6. Адаптивные двумерные фильтры

Противоречие по зависимости степени подавления шумов и искажения сигнала от апертуры фильтра в некоторой степени сглаживается при применении фильтров с динамическим размером маски, с адаптацией размеров апертуры под характер изображения. В адаптивных фильтрах большие апертуры используются в монотонных областях обрабатываемого сигнала (лучшее подавление шумов), а малые – вблизи неоднородностей, сохраняя их особенности, при этом размер скользящего окна фильтра устанавливается в зависимости от распределения яркости пикселей в маске фильтра. В их основе лежит, как правило, анализ яркости окрестностей центральной точки маски фильтра.

Один из алгоритмов адаптивной медианной фильтрации (АМФ) выполняется следующим образом [5]. В окне фильтрации оцениваются минимальное $f_{\min}$ и максимальное $f_{\max}$ значения яркости исходного изображения и медиана f_{med} . Фильтрации подвергается только тот центральный элемент окна $f(x, y)$, для которого выполняется условие: значение медианы больше минимального и меньше максимального значений в окне и не выполняется условие: значение сигнала в центре окна больше:

$$\begin{aligned} A1 &= \{f_{\text{med}} - f_{\min} \quad \text{при} \quad A1 > 0 \\ A2 &= \{f_{\text{med}} - f_{\max} \quad \text{при} \quad A2 < 0' \end{aligned} \quad (6)$$

и не выполняется условие: значение сигнала в центре окна больше:

$$\begin{aligned} B1 &= \{f(x, y) - f_{\min} \quad \text{при} \quad B1 > 0 \\ B2 &= \{f(x, y) - f_{\max} \quad \text{при} \quad B2 < 0' \end{aligned} \quad (7)$$

Применение такого фильтра позволяет удалить биполярную импульсную помеху, обеспечить сглаживание шумов и уменьшить подавление ВЧ в изображении. Простейшие алгоритмы динамического изменения апертуры фильтра, симметричного по обеим осям, обычно работают по заданному на основании эмпирических данных пороговому коэффициенту яркости $S_{\text{порог}} = [0, 1]$. Максимальный размер маски (количество итераций), как правило, ограничивается. Для неквадратных масок, итерации могут вычисляться с отдельным увеличением параметров, а также с изменением формы масок в процессе итераций.

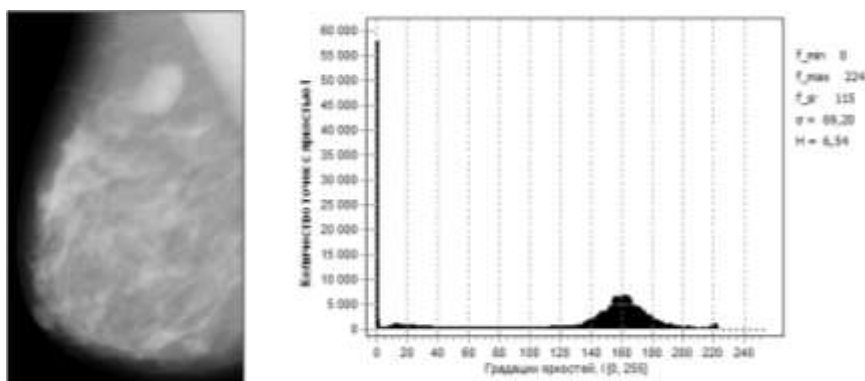


Рис.6 – Пример работы адаптивного медианного фильтра: изображение (рис. 1(a)) после обработки маской 3×3 и его гистограмма

7. Сигма-фильтр

Сигма-фильтр применяется для подавления шумов на изображении с сохранением контуров (резких границ областей). Центральный элемент маски замещается взвешенным средним значением, вычисленным только по тем амплитудам отсчетов, значения которых попадают в $\pm k \times \sigma$ – область относительно яркости центрального элемента. σ выбирается либо как СКО подавляемого шума, либо как СКО в маске, либо σ во всем изображении [7].

$$g(x, y) = \sum h(s, t) \times f(x - s, y - t), \quad (8)$$

$$S = \{(s, t) : f(x - s, y - t) - f(x, y) \leq k * \sigma\} \quad (9)$$

где $f(x, y)$ – текущая яркость точки исходного изображения, $h(s, t)$ – конечная импульсная характеристика линейного сглаживающего фильтра, $s, t \in S$, S – окрестность точки.

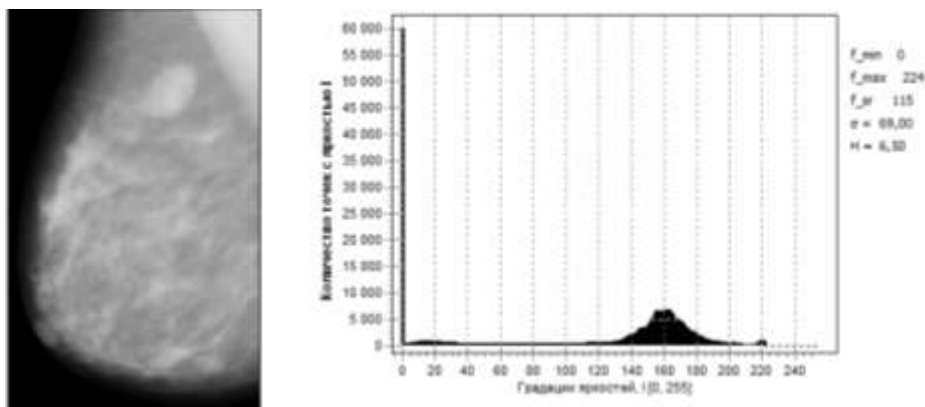


Рисунок 2.7 – Пример работы сигма-фильтра: изображение (рис. 2.1(a)) после обработки маской 3×3 и его гистограмма

8. Фильтр Ли

Фильтрация изображения при этом производится в «скользящем» окне, размер которого невелик (обычно не более чем 9×9 отсчетов), что делает обработку достаточно быстрой. Для улучшения визуального восприятия

изображения необходимо, чтобы яркость его пикселей была распределена по всему диапазону и, по возможности, равномерно. В этом случае снимок выглядит высококонтрастным. На исходном снимке это условие, как правило, не выполняется. Для трансформации гистограммы распределения яркостей отсчетов изображения можно воспользоваться различными линейными, нелинейными и кусочно-линейными методами.

Оценка выходного изображения формируется в виде:

$$L'_{i,j} = L_{i,j}W_{p,k} + L_{cp}(1 - W_{p,k}), \quad (10)$$

где L_{cp} – локальное среднее, вычисленное в окне фильтра, $L_{i,j}$ – значение центрального элемента окна; $W_{p,k}$ – функция веса.

Фильтр Ли [6]:

$$W_{p,k} = \frac{\sigma_u^2 - \sigma_n^2 L_{cp}^2}{\sigma_u^2 - \sigma_n^4 L_{cp}^2}, \quad (11)$$

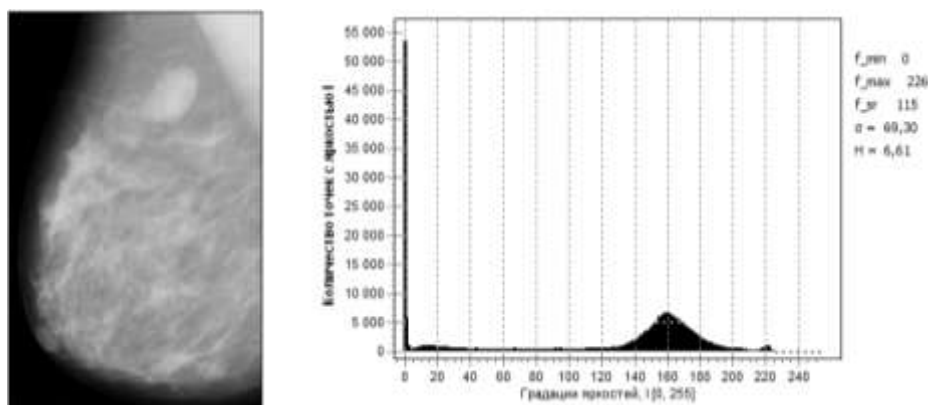


Рис.8 – Пример работы фильтра Ли: изображение (рис. 1(а)) после обработки маской 3×3 и его гистограмма

9. Фильтр Кауна

Оценка выходного изображения формируется также как и для фильтра Ли.

Фильтр Кауна [6] выглядит следующим образом:

$$W_{p,k} = \frac{1 - \sigma_n^2 / C_{i,j}}{1 + \sigma_n^2}, \quad (12)$$

где $C_{i,j}$ – контраст ($C = \sigma_u / L_{cp}$), вычисленный в окне фильтра.

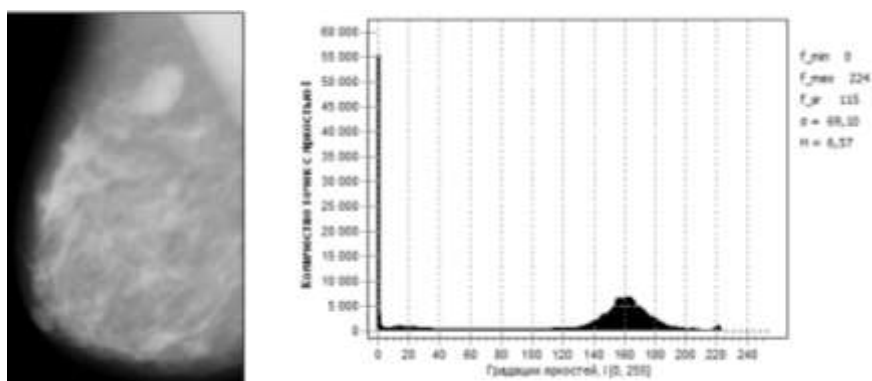


Рис.9 – Пример работы фильтра Кауна: изображение (рис. 1(a)) после обработки маской 3×3 и его гистограмма

10. Гомоморфная фильтрация

Гомоморфная фильтрация [8,9] может рассматриваться как произведение двух составляющих: функции освещенности и функции отражательной способности. Функция освещенности описывает освещенность спектра в различных точках, и ее можно считать независимой от предметов, расположенных на этой сцене. Функция отражательной способности характеризует детали сцены и может считаться независимой от освещенности. Таким образом, изображение может быть представлено как двумерный пространственный сигнал, выраженный в форме:

$$I_{x,y} = i_{x,y} * r_{x,y} > 0, \quad (13)$$

где $I_{x,y}$ – изображение, $i_{x,y}$ – составляющая освещенности, $r_{x,y}$ – составляющая отражательной способности.

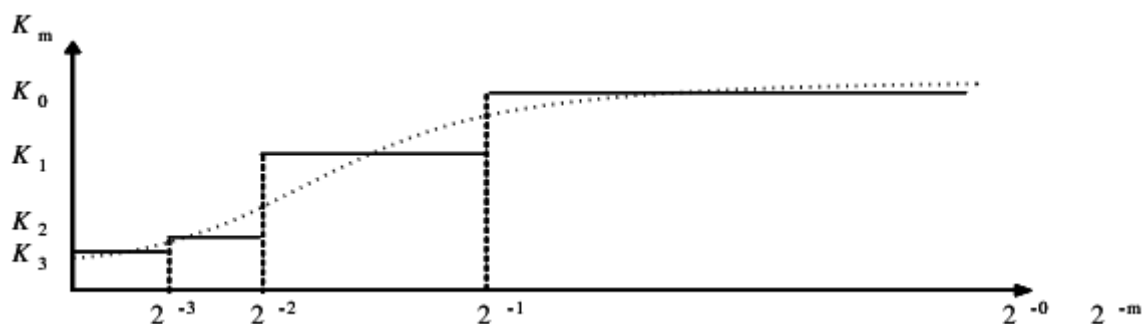


Рис.10 - Гомоморфная функция фильтра

Пунктирная линия на рис.10 обозначает функцию гомоморфного фильтра.

При увеличении контраста шумовые характеристики изображения являются значительной проблемой. Каждая маммограмма содержит свои собственные шумовые характеристики, поэтому применение тех же самых параметров при выведении шума и коэффициента усиления не эффективно. Чтобы получить шумовые характеристики маммограммы, фон сегментирован

пороговым значением, при этом сегментированная фоновая область содержит шум.

Рис.11 показывает схему применения гомоморфного фильтра к одномерному сигналу.

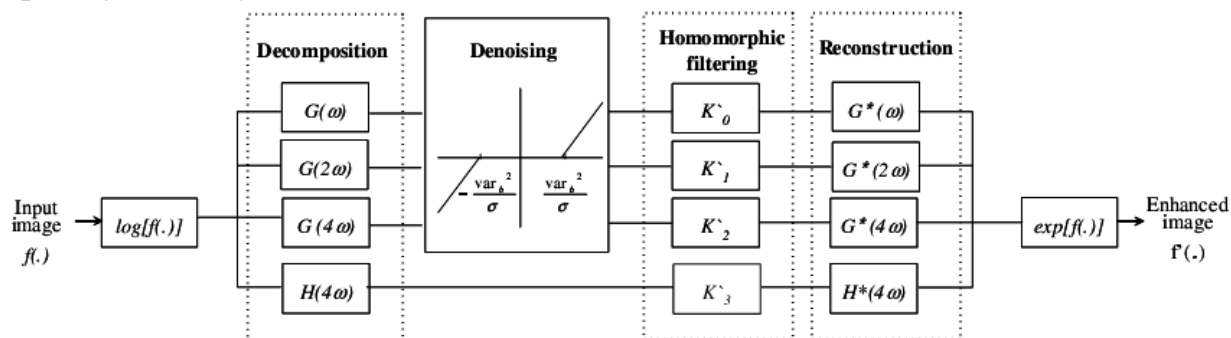


Рис.11 - Схема измененного гомоморфного подхода фильтрации

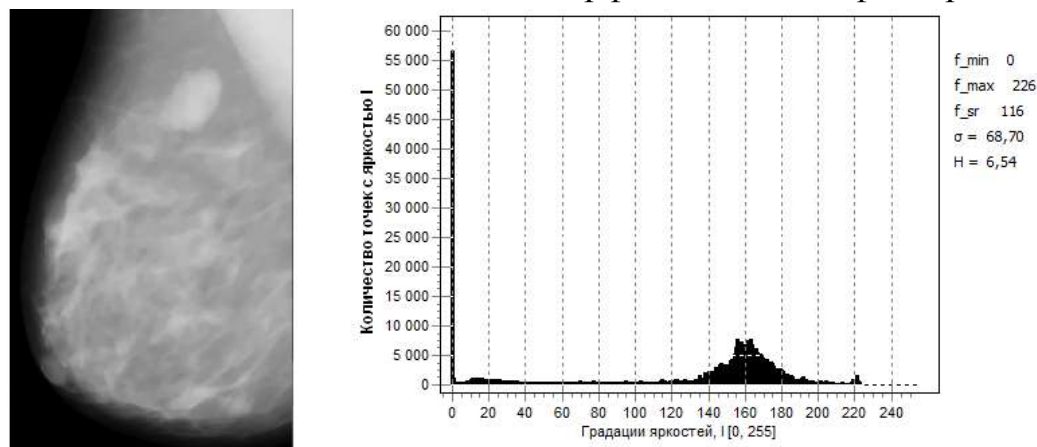


Рис.12 – Пример работы гомоморфного фильтра: изображение (рис. 1(а)) после обработки и его гистограмма

11. Фильтр Габора

Фильтры Габора [10-14] принадлежат к семейству полосовых фильтров. Такие фильтры способны выявить диапазон частот сигнала в определенном промежутке и направлении, их широко используют для определения краев на изображениях. Процесс фильтрации заключается в свертке фильтра и входного сигнала в пространственной области. Свертку в пространственной области можно интерпретировать как умножение в частотном пространстве [10,12]:

$$g(x, y) = \frac{1}{2 * \pi * \sigma_x * \sigma_y} * \exp\left[-\frac{1}{2} * \left(\frac{x^2}{\sigma_x^2} + \frac{y^2}{\sigma_y^2}\right) + 2 * \pi * j * W * x\right],$$

$$G(u, v) = \exp\left\{-\frac{1}{2} * \left[\frac{(u - W)^2}{\sigma_u^2} + \frac{v^2}{\sigma_v^2}\right]\right\}$$

где j - мнимая единица.

Преобразование Фурье фильтра Габора – это гауссовский сигнал, центр которого располагается на центральной частоте фильтра [10].

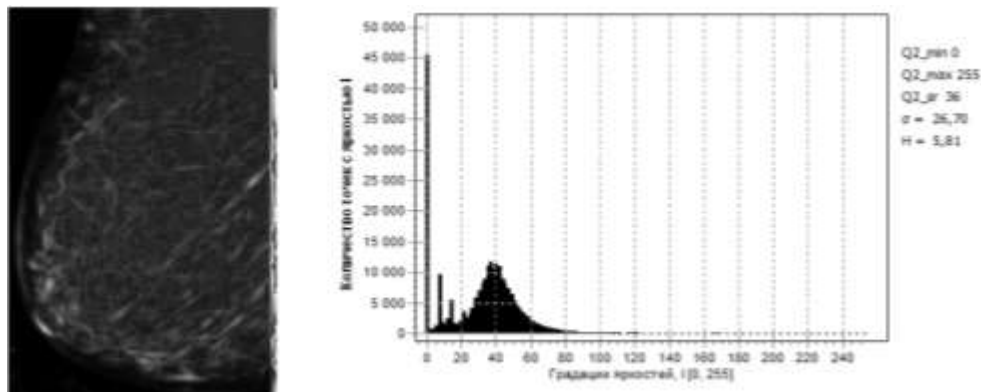


Рис.13 – Пример работы фильтра Габора: изображение (рис. 1(а)) после обработки и его гистограмма

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Основные характеристики исходного и фильтрованных изображений из п.п. 1-11: минимальную ($f_{\min}$), максимальную ($f_{\max}$) и среднюю (f_{sr}) яркости, СКО (σ), энтропию (H), объединены в таблицу 1.

Таблица 1

Сравнение алгоритмов фильтрации

Изображения	Исходное изображение	Линейный	Рекурсивный фильтр	Усредняющий фильтр	Медианная фильтрация	Взвешенно-медианный фильтр	Адаптивная фильтрация	Сигма-фильтр	Фильтр Ли	Фильтр Кауна	Гомоморфный фильтр	Фильтр Габора
$f_{\min}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$f_{\max}$	226	225	226	224	224	223	224	224	226	224	226	255
f_{sr}	116	115	116	115	115	114	115	115	115	115	116	36
σ	68,8	68,7	68,7	69	69,2	69,5	69,2	69	69,3	69,1	68,7	26,7
H	6,63	6,57	6,55	6,54	6,55	6,48	6,54	6,5	6,61	6,57	6,54	5,81

Из этих табличных данных видно, что характеристики исходного изображения улучшились (увеличилось значение СКО и уменьшилась энтропия) при фильтрации следующими алгоритмами: усредняющий, медианный, взвешенно-медианный, адаптивный фильтры и сигма-фильтр. Однако, учитывая особенности этих методов можно сказать, что для малоконтрастных

маммограмм при возможном наличии артефактов необходимо использовать медианный и сигма фильтры, так как они не усредняют центральные точки, и не размывают края объектов.

Исследования показали, что наиболее приемлемыми алгоритмами фильтрации шумов являются медианный и сигма фильтры, так как позволяют уменьшить энтропию маммограммы, не вызывают размытия контура объектов по краям и не усредняют яркости.

REFERENCES

1. Садыков, С. С., & Савичева, С. В. (2012). Распознавание отдельных и наложенных плоских объектов. *Владимир: Изд-во ВлГУ*.
2. Садыков, С. С., & Савичева, С. В. (2012). Предварительная обработка изображений плоских объектов в системах технического зрения. *Известия высших учебных заведений. Приборостроение*, 55(2), 19-23.
3. Гонсалес Р., Вудс Р. Цифровая обработка изображений. – М.: Техносфера, 2005. – 1072 с.
4. Прэтт У. Цифровая обработка изображений: Пер. с англ. – М.: Мир, 1982, кн. 1 - 312 с.; кн. 2 - 493 с.
5. Сойфер В.А. Методы компьютерной обработки изображений. – 2 изд., испр. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. – 784 с. – ISBN 5-9221-0270-2.
6. Быстрые алгоритмы в цифровой обработке изображений / под ред. Т. Хуанга. – М., Радио и связь, 1984. – 320 с., Обработка изображений и цифровая фильтрация. / Под ред. Т. Хуанга. – М.: Мир, 1979. – 318 с.
7. Pitas I. A new filter structure for the implementation of certain classes of image processing operations. / Pitas I., Venetsanopoulos A.N. // IEEE Transactions on circuits and system. – 1988, Vol. 35, № 6. – Pp. 636 – 646.
8. Gorgel P., Sertbas A., Ucan O.N. A wavelet-based mammographic image denoising and enhancement with homomorphic filtering // J Med Syst, vol. 34(6), 2010. pp. 993-1002.
9. M. Ravi Babu, , K. Nagaiah Advanced Enhancement Method for Micro Calcification in Mammography // IJSR, Vol. 2 Issue 3, 2013. pp. 350-353.
10. Коланкех А. Кермани, Спицын В.Г., Хамкер Ф. Нахождение параметров и удаление постоянной составляющей фильтра Габо́ра для обработки изображений // Известия Томского политехнического университета. 2011. Т. 318. № 5. – С. 57-59.

11. Zheng Y. Breast Cancer Detection with Gabor Features from Digital Mammograms // Algorithms 2010, vol. 3, pp. 44-62;
12. Chia-Hung Wei, Yue Li, Chang-Tsun Li Effective Extraction of Gabor Features for Adaptive Mammogram Retrieval // Multimedia and Expo, 2007 IEEE International Conference, pp. 1503-1506
13. А.Д.Орлов Я.Ю.Кульков, С.С.Садыков, Самандаров И.Р. Алгоритм определения стороны плоского объекта симметричной формы. Оптика-электронные приборы и устройства в системах распознавания образов и обработки изображений. Курск, 2021г. стр.281-283.
14. Садыков, С. С., Савичева, С. В., & Самандаров, И. Р. (2022). РАСПОЗНАВАНИЕ ОТДЕЛЬНЫХ И НАЛОЖЕННЫХ РЕАЛЬНЫХ ПЛОСКИХ ОБЪЕКТОВ ПО КРИВИЗНЕ ТОЧЕК КОНТУРОВ ИХ БИНАРНЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ. *Gospodarka i Innowacje*, 22, 383-398.
15. Муминов, Ф. М., Душатов, Н. Т., Миратоев, З. М., & Сулхонов, Д. А. (2022). КРАЕВЫЕ ЗАДАЧИ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА. *Oriental renaissance: Innovative, educational, natural and social sciences*, 2(6), 552-557.
16. Муминов, Ф. М., Душатов, Н. Т., Миратоев, З. М., & Ибодуллаева, М. Ш. (2022). ОБ ОДНОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧЕ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА СМЕШАННО-СОСТАВНОГО ТИПА. *Oriental renaissance: Innovative, educational, natural and social sciences*, 2(6), 606-612.
17. Muminov, F. M., Dushatov, N. T., & Miratoyev, Z. M. (2022). Boundary Problem for a Third Order Equation of a Mixed Composite Type. *Eurasian Journal of Physics, Chemistry and Mathematics*, 5, 12-16.
18. Muminov, F. M., Dushatov, N. T., & Miratoyev, Z. M. (2022). NONLOCAL BOUNDARY VALUE PROBLEMS FOR A THIRD-ORDER MIXED-COMPOSITE TYPE EQUATION. *Web of Scientist: International Scientific Research Journal*, 3(4), 600-605.
19. Муминов, Ф. М., & Душатов, Н. Т. (2021). Нелокальная краевая задача для линейных уравнений смешанного типа. *CENTRAL ASIAN JOURNAL OF THEORETICAL & APPLIED SCIENCES*, 2(5), 191-196.
20. Муминов, Ф. М., Самандаров, И. Р., Душатов, Н. Т., & Миратоев, З. М. (2022). О НЕКОТОРЫХ ЗАДАЧАХ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА СМЕШАННО-СОСТАВНОГО ТИПА. *Oriental renaissance: Innovative, educational, natural and social sciences*, 2(4), 260-265.
21. Муминов, Ф. М., Самандаров, И. Р., Душатов, Н. Т., & Миратоев, З. М. (2022). КРАЕВАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ ОДНОГО КЛАССА УРАВНЕНИЙ

ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА. Oriental renaissance: Innovative, educational, natural and social sciences, 2(4), 218-224.

22. Муминов, Ф. М., & Миратоев, З. М. (2021). О нелокальной краевой задаче для одного неклассического уравнения. Scientific progress, 1(6), 922-927.