Oriental Renaissance: Innovative, educational, natural and social sciences
Scientific Journal Impact Factor
Advanced Sciences Index Factor

VOLUME 2 | ISSUE 2
ISSN 2181-1784
SJIF 2022: 5.947
ASI Factor = 1.7

DIOFANT TENGLAMALARI YOHUD TENGLAMALARNI BUTUN SONLARDA YECHISH USULLARI

Iskandarov Sarvar Baltabayevich
Urganch davlat universiteti "Matematik tahlil" kafedrasi o'qituvchisi
Telefon: +998 (94)6629793
Email: isbaltabayevich1993y@gmail.com
Yamgirova Gulshirin Tirkashovna
SamDU O'zbekiston-Finlandiya pedagogika instituti 1-bosqich magistranti
Email: gulshirinyamgirova@gmail.com

ANNOTATSIYA

Ushbu maqolada diofant tenglamalarining turlari, ularni yechish usullari misollar yordamida yoritib berilgan. Bu maqoladan matematika to'garaklarida, iqtidorli bolalar bilan shug'ullanishda foydalanish mumkin.

Kalit so'zlar: *Tenglamalar, diofant tenglamalari, tenglamaning natural sonlardagi yechimlari, 1-darajali diofant tenglamalari, yuqori darajali diofant tenglamalari, diofant tenglamalarini yechishda qoldiqlar nazariyasidan foydalanish.*

DIOFANT EQUATIONS OR METHODS OF SOLVING EQUATIONS IN ALL NUMBERS

Iskandarov Sarvar Baltabaevich
Lecturer, Department of Mathematical Analysis, Urgench State University
Email: isbaltabayevich1993y@gmail.com
Yamgirova Gulshirin Tirkashovna
Master of the Uzbek-Finnish Pedagogical Institute of Samarkand State University

ABSTRACT

This article describes the types of diophant equations and ways to solve them using examples. This article can be used in math clubs and to work with gifted children.

Keywords: *Equations, Diophantine Equations, Solutions of Equations in Natural Numbers, Level 1 Diophantine Equations, High Level Diophantine Equations, Use of Residual Theory in Solving Diophantine Equations.*

ДИОФАНТОВЫЕ УРАВНЕНИЯ ИЛИ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЙ ВО ВСЕХ ЧИСЛАХ

Искандаров Сарвар Балтабаевич
преподаватель кафедры математического анализа Ургенчского государственного университета
Ямгирова Гульширин Тиркашовна
Магистр Узбекско-Финского педагогического института Самаркандского государственного университета

АННОТАЦИЯ

В данной статье описаны виды диофантных уравнений и способы их решения на примерах. Эта статья может быть использована в математических кружках и для работы с одаренными детьми.

Ключевые слова: *Уравнения, Диофантовы уравнения, Решения уравнений в натуральных числах, Диофантовы уравнения уровня 1, Диофантовы уравнения высокого уровня, Использование теории невязок при решении диофантовых уравнений.*

KIRISH

Diofant tenglamalarini yechish o‘quvchilardan alohida e’tibor, malaka va bilimni talab qiladi. Shuning uchun ham Diofant tenglamalari fan olimpiadalarining turli bosqichlarida, Xalqaro olimpiada topshiriqlarida alohida ahamiyatga ega.

Diofant tenglamalarining umumiy ko‘rinishi

$f(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0$

shaklda bo‘ladi. Bu yerda f ifoda $x_1, x_2, \dots, x_n$ o‘zgaruvchilari butun sonlar bo‘lganida butun qiymatlar qabul qiladi.

Tenglama III asrda yashagan yunon matematigi Diofant sharafiga shunday nomlangan. Diofant o’zining mashhur “Arifmetika” kitobida algebraik tenglamalarni yechish usullarini hamda sonlar nazariyasining asosiy usullarini bayon qilib G‘arbda “algebraning otasi” degan nomga sazovor bo‘lgan. Mazkur kitobda algebraik tenglamalarning butun yechimlarini topishga oid ko‘pgina masalalar jamlangan.

Diofant tenglamalari 2 xil: chiziqli va yuqori darajali ko‘rinishda beriladi. Tenglama shartiga ko‘ra natural yoki butun yechimlar topiladi.

Chiziqli diofant tenglamalari

Ta’rif.

$$a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_nx_n = b$$

ko'rinishdagi tenglamalar chiziqli diofant tenglamalari deyiladi. Bu yerda $a_1, a_2, \dots, a_n, b \epsilon Z$. $n \geq 1$ *va* $a_1, a_2, \dots, a_n \neq 0$ *deb faraz qilamiz.* [1]

Ko'pincha diofant tenglamalarini yechishda tenglikning birinchi qismi bir songa karrali qilib qolganlarini ikkinchi qismiga o'tkazib olinadi va ikkinchi qismi ham shu songa karrali bo'lganda to'g'ri deb tenglamaning yechimlari topiladi.

1-misol. Tenglamaning barcha natural x, y yechimlarini toping

$$7x + 13y = 113.$$

Yechish. Bu masalani tenglikning 1-qismi birorta songa bo'linsa, albatta 2-qismi ham shu songa bo'linishidan topish mumkin. Tenglikning o'ng tomonidan 7 ga karrali qismini ajratib olamiz:

$7x + 14y - y = 113$, keyin y ni tenglikning chap qismiga o'tkazib

$7x + 14y = y + 113$ ko'rinishdagi tenglikka ega bo'lamiz

$$7(x + 2y) = y + 113 \tag{1}$$

oxirgi tenglamaning o'ng tomoni 7 ga karrali. Demak, chap qismi ham 7 ga karrali bo'lishi lozim.

$$y + 113 = 112 + 1 + y = 7k, \ k \epsilon Z.$$

Bundan $1 + y$ ifoda 7 ga karrali yoki 0 bo'lishi kerak.

$$y = 6, 13, 20, \dots = 7n - 1$$

topilgan y ning qiymatlarini (1) ifodaga qo'yib faqat $y = 6$ bo'lganida $x = 5$ ga teng bo'lgan natural qiymat qabul qilishini aniqlab olamiz. Demak (5; 6) tenglamaning yagona natural yechimi ekan.

2-misol. $127x - 52y + 1 = 0$ tenglamaning natural sonlardagi yechimini toping.

MUHOKAMA VA NATIJALAR

Yechish. Tenglikning birinchi tarafidan 4 ga karrali qismini ajratib olamiz va qolgan qismini tenglikning o'ng tarafiga o'tkazib $128x + 52y = x - 1$ tenglikka ega bo'lamiz. $4 \cdot (32x - 13y) = x - 1$ bu tenglikning chap qismi 4 ga karrali bo'lgani uchun o'ng qismi ham 4 ga karrali bo'lishi kerak. Demak $x - 1 = 4k, \ k \epsilon N$ chunki o'ng qismi musbat chap qismi ham musbat bo'lishi kerak. $k = 1,2,3, \dots$ qiymatlar yordamida x va y larni aniqlaymiz va $k = 2$ da yagona $x = 9$ va $y = 22$ ga teng bo'lgan natural yechimga ega bo'lamiz.

3-misol. Tenglamaning butun sonlardagi yechimini toping.

$$6x + 10y - 7z = 11$$

tenglamaning barcha butun yechimlari x, y, z larni topamiz. $z' = -z$ deb olib,

VOLUME 2 | ISSUE 2
ISSN 2181-1784
SJIF 2022: 5.947
ASI Factor = 1.7

$6x + 10y + 7z' = 11$

tenglamaga ega bo`lamiz. $10 + 7 = 3$ ekanligini hisobga olib,

$6x + 7(y + z') + 3y = 11$

tenglamaga va $y + z' = t$ deb olib, $6x + 7t + 3y = 11$ tenglamaga ega bo`lamiz. Endi $7 = 6 + 1$ ekanligini hisobga olib, $6(x + t) + t + 3y = 11$ va $x + t = u$ deb olib, $6u + t = 11$ tenglamani hosil qilamiz. Agar $y'$ va $u$ lar uchun ixtiyoriy butun sonlarni olib, $t = 11 - 3y - 6u$ deb olsak, bu tenglamaning barcha butun yechimlari $x, y, z$ larga ega bo`lamiz. $x + t = u$ bo'lgani uchun $x = u - t = 3y + 7u - 11$ bo`ladi va $z' = -z$ va $y + z' = t$ bo`lgani uchun $z = y - t = 4y + 6y - 11$ ga ega bo`lamiz. Tenglamaning barcha butun yechimlari x, y, z $x = 3y + 7u - 11$ va $z = 4y + 6u - 11$ lardan topiladi, bu yerda y va u lar uchun ixtiyoriy butun sonlar. Haqiqatan ham,

$6(3y + 7u - 11) + 10y - 7(4y + 6u - 11) = 11$

ixtiyoriy butun y, u larda to'g'ri tenglik hosil bo'ladi.

2-darajali diofant tenglamalari

2-darajali ikki noma'lumli tenglamalarining umumiy ko'rinishi

$$ax^2 + bxy + cy^2 + dx + ey + f = 0$$

shaklida bo'lib, bunda a, b, c, d, e, f-berilgan butun sonlar, hamda a, b, c lardan kamida bittasi noldan farqli bo'lishi kerak. [2]

Yuqori darajali aniqmas tenglamalarni butun sonlarda yechishning aniq usullari bo'lmasa-da, biz ba'zi usullar: qoldiqlar nazariyasidan, qisqa ko'paytirish formulalaridan hamda mantiqiy fikrlardan foydalanamiz:

Qoldiqlar nazariyasidan foydalanish. Har qanday juft sonning kvadratini 4 ga bo'lishda qoldiqda 0 bo'ladi. Har qanday toq sonning kvadratini 4 ga bo'lganda qoldiq 1 ga teng bo'ladi.1

$$(2a)^2 = 4a^2; \ (2a + 1)^2 = 4(a^2 + a) + 1$$

3 ga karrali sonning kvdratini 3 ga bo'lganda qoldiq 0 ga teng, 3 ga karrali bo'lmagan soning kvadratini 3 ga bo'lganda qoldiq 1 ga teng bo'ladi.

$$(3b)^2 = 3 \cdot 3b^2, \quad (3b + 1)^2 = 3 \cdot (3b^2 + 2b) + 1, \quad (3b + 2)^2 = 3 \cdot (3b^2 + 4b + 1) + 1$$

endi bu usullarni misollarda qo'llaymiz.

4-misol. $3x^2 - 4y^2 = 13$ tenglamaning natural sonlardagi yechimini toping.

Yechish. Berilgan tenglamani

$$4x^2 - 4y^2 - 12 = 1 + x^2, \ 4(x^2 - y^2 - 3) = 1 + x^2$$

ko‘rinishida yozamiz. Tenglikning 1-qismi 4 ga karrali. Sonning kvadratini 4 ga bo‘lishda qoldiqda 0 yoki 1 qolgani uchun $1+x^2$ ifodani 4 ga bo’lganda qoldiq 1 yoki 2 ga teng bo‘ladi. Bunday tenglikning 4 ga bo‘lishi mumkin emas. Demak, berilgan tenglama natural yechimga ega emas.

5-misol. $x^3-y^3=91$ tenglamani natural sonlarda yeching.

Yechish. Berilgan tenglamani ko‘paytuvchilarga ajratamiz

$$(x-y)(x^2+xy+y^2)=91.$$

91 sonining bo‘luvchilarini topamiz

$91=(\pm1)\cdot(\pm91)=(\pm7)\cdot(\pm13)=(\pm13)\cdot(\pm7)$

Bu ko‘paytmalardan foydalanib tenglamani yechganda.

$$\begin{cases} x-y=7 \\ x^2+xy+y^2=13 \end{cases}$$

ga teng bo‘lgan holgina tenglikni qanoatlantirishini ko‘rish mumkin. Boshqa sonlarni qo‘yganda tenglama natural yechimga ega bo‘lmaydi. Bu sistemani yechib $x=5,\ y=6$ ga teng bo‘lgan yagona natural yechimga ega bo‘lamiz.

6-misol. Tenglamaning butun sonlardagi yechimini toping: $x+y=2xy$.

Yechish. Bu tenglamani yechish uchun 1 noma’lum ikkinchisi orqali ifodalab olinadi $x=\frac{y}{2y-1}$; $2x=\frac{2y-1+1}{2y-1}$; $2x=1+\frac{1}{2y-1}$ tenglikni hosil qilamiz. y ni tanlab olish usuli orqali unga mos x ning qiymati topiladi.

$2y-1$ ifoda 1; -1 ga teng bo‘lgan qiymatlarni qabul qilishi mumkin. Chunki kasr butun son chiqishi zarur. Bu qiymatlarni tenglikka qo‘yib (0;-1) va (1; 1) ga teng bo‘lgan 2 ta yechimga ega bo‘lamiz.

7-misol. Quyidagi

$$(x-y)^2+(y-z)^2+(z-x)^2=30$$

tenglama butun sonlarda yechimga ega emasligini isbotlang.

CONCLUSION

Yechish. Tenglikning chap tomonini ko‘paytuvchilarga ajratish orqali berilgan tenglamani quyidagi ko‘rinishga keltiramiz:

$$(x-y)(y-z)(z-x)=10.$$

Ta’kidlaymizki,

$$(x-y)+(y-z)+(z-x)=0.$$

Ikkinchi tomondan, 10 sonining bo‘luvchilari $\pm1,\pm2,\pm5,\pm10$ ga teng, bu to‘plamdan olingan ko‘paytmasi 10 ga teng bo‘lgan ixtiyoriy uchta sonning yig‘indisi

VOLUME 2 | ISSUE 2
ISSN 2181-1784
SJIF 2022: 5.947
ASI Factor = 1.7

nolga teng bo‘lmaydi. Demak, berilgan tenglama butun sonlar to‘plamida yechimga ega emas.

REFERENCES

1. Агаханов Н.Х., Купцов Л.П., Нестеренко Ю.В., Резниченко С.В., Слинько А.М. (1997) Математические олимпиады для школьников. Москва: Просвещение.
1. N.Rahimov.(2020) Matematikadan nostandart masalalar. I qism. Samarqand: SamDChTI.
2. Vasilev N.B., Gutenmaher V.L., Rabbot J.P., Toom A.L. (1981) Zaochnyye matematicheskiye olimpiady [Correspondence Mathematical Olympiads]. Moscow: Nauka.
3. Васильев Н.Б., Гутенмахер В.Л., Раббот Ю.П., Тоом А.Л. (1981) Заочные математические олимпиады. Москва: Наука.
4. Гальперин Г.А., Толпыго А.К. (1996) Московские математические олимпиады. Москва: Просвещение.
5. Tohirov A., Mo‘minov G‘. Matematikadan olimpiada masalalari [Olympiad problems in mathematics]. Tashkent: O‘qituvchi.