

GEOMETRIK MASALALARDA KOMBINATORIKA QOIDALARINING QO‘LLANILISHI

Iskandarov Sarvar Baltabayevich

Urganch davlat universiteti “Matematik tahlil” kafedrası o‘qituvchisi

Telefon: +998 (94)6629793

Email: sarvar.i@urdu.uz

Olimboyev To‘lqin G‘ayrat o‘g‘li

Urganch davlat universiteti “Matematik tahlil” kafedrası o‘qituvchisi

Telefon: +998 (97)8599909

Email: tulqin.o@urdu.uz

ANNOTATSIYA

Ushbu maqolada kombinatorikaga doir formulalar, ularning geometrik masalalarni yechishga tadbiqi turli masalalar yordamida o‘rganilgan. Maqoladan maktab matematika darslarida qo‘llanma sifatida foydalanish mumkin.

Kalit so‘zlar. Kombinatorika, o‘rin almashtirish, o‘rinlashtirish, kombinatsiya, uchburchak, uchburchaklar soni.

ABSTRACT

In this article, combinatorics formulas and their application to solving geometric problems are studied using various problems. The article can be used as a guide in school mathematics lessons.

Keywords. Combinatorics, permutation, permutation, combination, triangle, number of triangles.

KIRISH

Bugungi kunda ta‘limga etibor yuksaklikka ko‘tarilmoqda. Chunki eng zo‘r sarmoya ta‘limga sarflangan sarmoyadir. O‘qituvchi darsga kirganda partada o‘tirgan oddiy o‘quvchilarni emas, balki yaqin kelajakdagi olim, vazir, o‘qituvchi, uchuvchi, IT mutahasisi, ixtirochi, iqtisodchi kabi ko‘plab kasb egalarini ko‘ra olishi va ularni o‘sha kasbga yo‘naltira olishi kerak. O‘qituvchi har bir darsi davomida o‘quvchilarni ijodiy yondoshuvga, jamoa bilan ishlash ko‘nikmalarini shakllantirishga, hayotda uchrashi mumkin bo‘lgan muammolarni tanqidiy fikrlash asosida hal qilishga o‘rgatishi kerak. demak o‘qituvchining bugungi kundagi asosiy vazifasi faqat bilim berish emas, ularni kelajakka tayyorlashdir.

O‘quvchilarning tanqidiy fikrlash qobiliyatini shakllantiruvchi matematikaning bo‘limlaridan biri bu kombinatorikadir.

Kombinatorikaga oid dastlabki ma'lumotlar qadimdan ma'lum. XVII—XVIII asrlarda Kombinatorikaning asosiy masalalari ko'phadlar nazariyasi va ehtimollar nazariyasi talabi bilan o'rganilgan. XX asrda elektron-hisoblash mashinalari, kompyuterlar yaratilishi bilan Kombinatorika kengayib, texnika va iqtisodiyotda tatbiq qilina boshlandi. Kombinatorika matematikaning yangi rivojlanayotgan sohalaridan biri hisoblanadi.

Bir qator amaliy masalalarni yechish uchun berilgan to'plamdan uning qandaydir xossaga ega bo'lgan elementlarini tanlab olish va ularni ma'lum bir tartibda joylashtirishga to'g'ri keladi.

Ta'rif. Biror chekli to'plam elementlari ichida ma'lum bir xossaga ega bo'lgan elementlaridan iborat qism to'plamlarni tanlab olish yoki to'plam elementlarini ma'lum bir tartibda joylashtirish bilan bog'liq masalalar kombinatorik masalalar deyiladi.

Ko'pgina amaliy masalalarni hal qilishda to'plamlarning elementlari ustida turlicha gruppash, o'rinlashtirish kabi ko'plab amallar bajarishga to'g'ri keladi. Matematikaning shu doiradagi masalalari bilan shug'ullanadigan tarmog'i kombinatorika deb ataladi.

O'rin almashtirishlar

n ta elementli o'rin almashtirishlar deb bir-biridan faqat elementlarining tartibi bilan farq qiladigan n ta elementli birikmalarga aytiladi.

n ta elementli o'rin almashtirishlar soni P_n bilan belgilanadi va quyidagi formulabilan hisoblanadi:

$$P_n = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n = n! \quad (1)$$

Masalan: 3 ta yer uchastkasining biriga qovun, biriga tarvuz, biriga bodring ekish mo'ljallangan. Bu poliz ekinlarini uchastkalarga necha xil usul bilan almashtirib ekish mumkin? Poliz ekinlarining turi a,b,c bo'sin, u holda u ekinlarni 3 ta uchastkaga abc, acb, bac, bca, cab, cba usullarda ekish mumkin.

Bu misolni 1-formula bo'yicha hisoblash qulayroq: $P_3 = 3! = 1 \cdot 2 \cdot 3 = 6$.

O'rinlashtirish

n ta elementdan m tadan o'rinlashtirishlar deb har birida berilgan n ta elementdan m tasi olingan shunday birikmalarga aytiladiki, ularning har biri hech bo'lmaganda bitta elementi bilan yoki faqat ularning joylashish tartibi bilan farq qiladi. n ta elementni m tadan o'rinlashtirishlar soni A_n^m kabi belgilanadi va quyidagi formula yordamida hisoblanadi:

$$A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!} \quad (2)$$

Masalan, uch element A, B, C dan ikkita elementli oltita o‘rinlashtirish mavjud: AB, AC, BC, BA, CA, CB. 2-formulaga asosan quyidagicha hisoblash mumkin:

$$A_3^2 = \frac{3!}{(3-2)!} = 3! = 6.$$

Kombinatorik tushunchalardan yana biri *kombinatsiya* tushunchasidir.

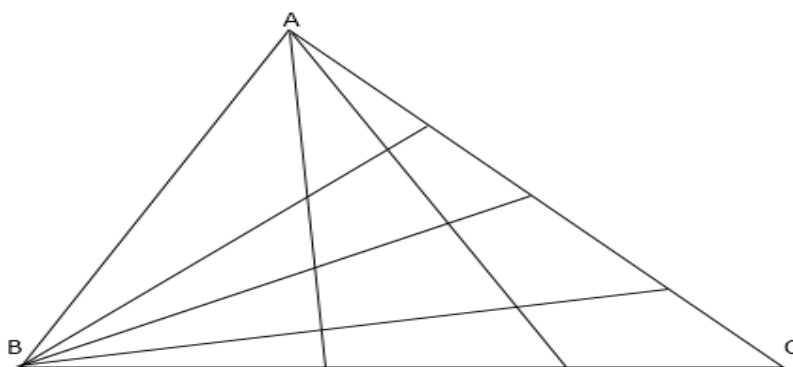
Ta’rif. Chekli va n ta elementli to‘planning k ($k < n$) ta elementli va kamida bitta element bilan farqlanadigan qism to‘plam hosil qilishi n elementdan k tadan olingan kombinatsiya deyiladi.

Masalan, $\{a, b, c\}$ ko‘rinishdagi $n = 3$ elementli to‘plamdan ikkita elementli kombinatsiyalar $\{a, b\}$, $\{a, c\}$, $\{b, c\}$ bo‘lib, ularning soni uchta. Bu yerda $\{a, b\} = \{b, a\}$, $\{a, c\} = \{c, a\}$, $\{b, c\} = \{c, b\}$ deb olinadi. n ta elementdan k tadan olingan kombinatsiyalar soni C_n^k kabi belgilanadi va quyidagi formula yordamida hisoblanadi:

$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!} \quad (3)$$

Geometrik masalalar bilan bog‘liq kombinatsiyasini topishga doir masalalar ko‘rib chiqamiz.

1-masala. Berilgan shaklda nechta uchburchak bor?



Yechish. Bu masalani yechishda kombinatsiya qoidasidan foydalaniladi. Ikki hol qaraladi.

1-hol. AB tomon umumiy bo‘lgan uchburchaklar;

2-hol. AB tomon umumiy bo‘lmagan uchburchaklar.

1-hol uchun A nuqtadan chiquvchi 3 ta kesmalardan bittasi va B nuqtadan chiquvchi kesmalardan bittasi va AB tomon orqali yasalishi mumkin bo‘lgan uchburchaklar soni topib olinadi:

$$C_3^1 \cdot C_4^1 = \frac{3!}{1!(3-1)!} \cdot \frac{4!}{1!(4-1)!} = 12$$

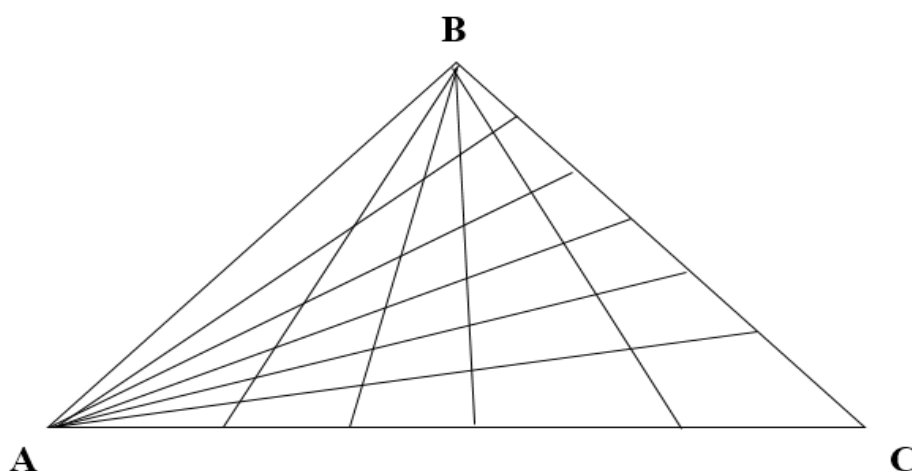
A nuqtadan chiquvchi B nuqta bilan umumiy nuqtaga ega bo'lmagan chiziqlardan 2 tasi va B nuqtadan chiquvchi A nuqta bilan umumiy nuqtaga ega bo'lmagan chiziqlardan bittasi orqali uchburchaklar yasash mumkin va teskarisi. Ya'ni A nuqtadan chiquvchi B nuqta bilan umumiy nuqtaga ega bo'lmagan chiziqlardan bittasi va B nuqtadan chiquvchi A nuqta bilan umumiy nuqtaga ega bo'lmagan chiziqlardan ikkitasi orqali uchburchaklar yasash mumkin. Uchburchaklar soni quyidagicha topiladi:

$$C_3^2 \cdot C_4^1 + C_3^1 \cdot C_4^2 = \frac{3!}{2!(3-2)!} \cdot \frac{4!}{1!(4-1)!} + \frac{3!}{1!(3-1)!} \cdot \frac{4!}{2!(4-2)!} = 30$$

Barcha uchburchaklar sonini topish uchun 1- va 2-holdagi javoblar qo'shib olinadi:
 $12 + 30 = 42$

Javob: jami 42 ta uchburchak yasash mumkin ekan.

2-masala. Berilgan shaklda nechta uchburchak bor?



Yechish. Bu misolni ham kambinatsiyalash qoidasiga asoslanib yuqoridagi misol kabi yechamiz.

1-hol:

$$C_5^1 \cdot C_6^1 = \frac{5!}{1!(5-1)!} \cdot \frac{6!}{1!(6-1)!} = 30$$

2-hol:

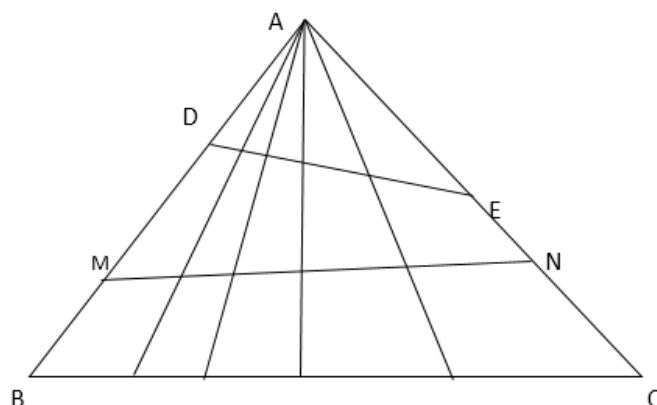
$$C_5^2 \cdot C_6^1 + C_5^1 \cdot C_6^2 = \frac{5!}{2!(5-2)!} \cdot \frac{6!}{1!(6-1)!} + \frac{5!}{1!(5-1)!} \cdot \frac{6!}{2!(6-2)!} = 135$$

Umumiy javobni topish uchun 1, 2-natijalar qo'shiladi:

$$30 + 135 = 165$$

Javob: berilgan chizmada jami 165 uchburchak mavjud ekan.

3-masala. Berilgan shaklda nechta uchburchak bor?

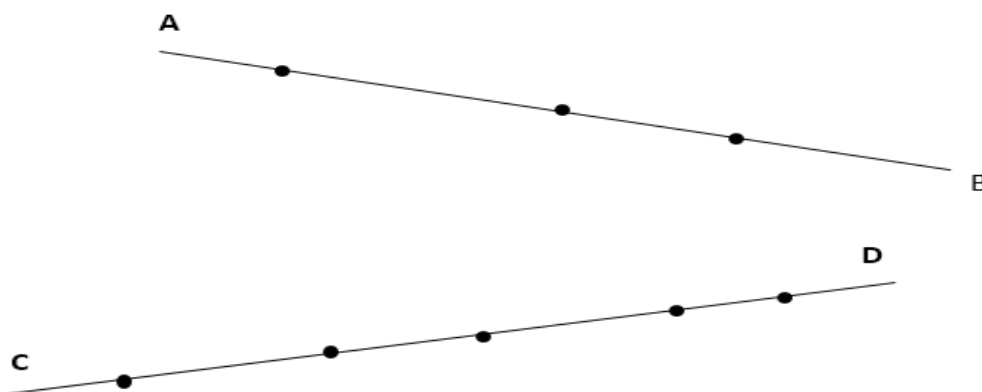


Yechish. Berilgan chizmada A uchidan chiquvchi ikkita kesma va DE, MN, BC kesmalarning har biri bilan uchburchak hosil qiladi. Guruhlash qoidasiga asosan topamiz:

$$C_6^2 \cdot C_3^1 = \frac{6!}{2!(6-2)!} \cdot \frac{3!}{1!(3-1)!} = 45$$

Javob: berilgan shaklda jami 45 ta uchburchak tasvirlangan ekan.

4-masala. AC to'g'ri chiziqda 3 ta nuqta, DL to'g'ri chiziqda 5 ta nuqta berilgan uchlari shu nuqtalarda bo'lgan nechta uchburchak yasash mumkin?

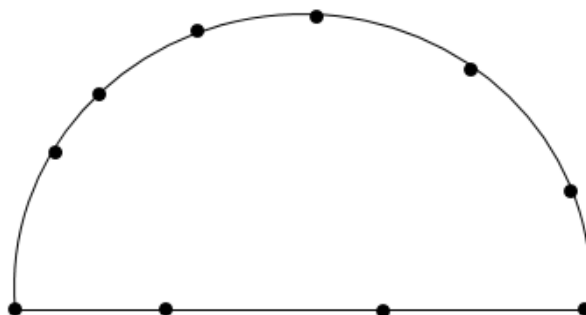


Yechish: berilgan ikkita chiziqdan nuqtalarni shunday tanlab olish kerakki nech bir uchtasi bitta to'g'ri chiziqda yotmasin. Demak, agar biz AB to'g'ri chiziqdan bitta nuqta olsak CD dan ikkita nuqta va aksincha AB to'g'ri chiziqdan ikkita nuqta olsak CD dan bitta nuqta tanlab olib uchburchak yasashimiz mumkin ekan. Guruhlash qoidasiga ko'ra yechamiz:

$$C_3^1 \cdot C_5^2 + C_3^2 \cdot C_5^1 = \frac{3!}{1!(3-1)!} \cdot \frac{5!}{2!(5-2)!} + \frac{3!}{2!(3-2)!} \cdot \frac{5!}{1!(5-1)!} = 45$$

Javob: 45 ta uchburchak yasash mumkin.

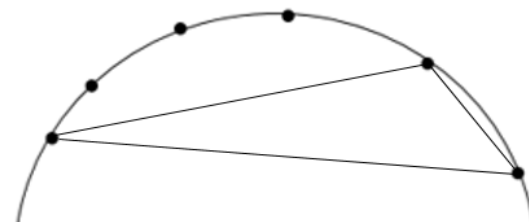
5-masala. Berilgan chizmadagi nuqtalar orqali nechta uchburchak yasash mumkin?



Yechish: Bu misolni yechishda ijodiy yondoshuv talab qilinadi. Masalan, qaysi nuqtalar orqali uchburchak yasash mumkinligini o'quvchi fikrlab, tahlil qilishi kerak. bu misolni yechishda diametrning uchlaridagi nuqtalarni faqat diametrda tegishli deb olishimiz kerak bo'ladi. Birinchidan, yarim aylanadagi nuqtalar orqali ixtiyoriy uchtasini tanlab olib uchburchak yasash mumkin. Ikkinchi holda yarim aylana nuqtalaridan bitta, diametrda yotgan nuqtalardan ikkitasini tanlab olish orqali, uchinchi holda yarim aylana nuqtalaridan ikkita, diametrda yotgan nuqtalardan bittasini tanlab olish orqali uchburchak yasash mumkin. Ya'ni quyidagicha yechish mumkin:

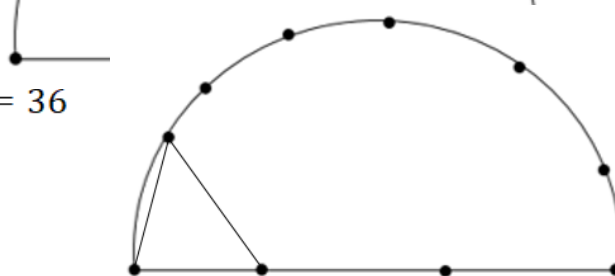
1-hol:

$$C_6^3 = \frac{6!}{3!(6-3)!} = 20$$



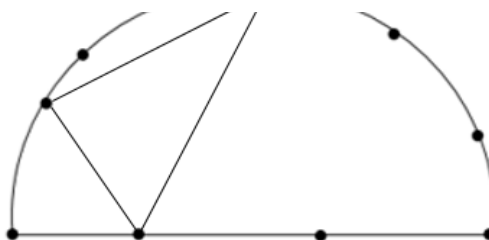
2-hol:

$$C_6^1 \cdot C_4^2 = \frac{6!}{1!(6-1)!} \cdot \frac{4!}{2!(4-2)!} = 36$$



3-hol:

$$C_6^2 \cdot C_4^1 = \frac{6!}{2!(6-2)!} \cdot \frac{4!}{1!(4-1)!} = 60$$



Umumiy javob sifatida uchta holdagi yig'indisini olamiz:

javoblar

$$20 + 36 + 60 = 116$$

Javob: 216 ta uchburchak yasash mumkin.

REFERENCES

1. Бульдык Г.М. Теория вероятностей и математическая статистика. Киев, 1989 г.
2. Gurmanov V.E. Ehtimollar nazariyasi va matematik statistikadan masalalar yechishga doir qo'llanma. Toshkent, "O'qituvchi", 1980-yil.
3. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика. Москва, 1998 г.
4. Замков О.О. и др. Математические методы в экономике. - М., 1998 г.
5. Зайцев И.А. Высшая математика, Москва, 1991 г.
6. Колемаев В.А. и др, Теория вероятностей и математическая статистика. Москва, 1991 г.
7. Кофман А. Введение в прикладную комбинаторику. М., «Наука», 1975.
8. Липский В. Комбинаторика для программистов. М., «Мир», 1988.
9. Рейнгольд Э., Нивергелып Ю., Део Н. Комбинаторные алгоритмы. Теория и практика. М., «Мир», 1980.
10. Кук Д., Бейз Г. Компьютерная математика. М., «Наука», 1990.
11. Стенли Р. Перечислительная комбинаторика. М., «Мир», 1990.
12. Омар Хайям. Трактаты. Перевод Б. А. Розенфельда. М., Издательство восточной литературы, 1961.
13. С.Б. Морочник, Б.А. Розенфельд. Омар Хайям — поэт, мыслитель, учёный. «Таджикгосиздат», 1957.