NOCHIZIQ DASTURLASH MASALALARINI YECHISH USULLARI

Mengatova Xurshida Toshmuhamatovna
TDMAU "Avtomatlashtirish va boshqarish" kafedrasi o`qituvchisi:
xurshidamengatova@gmail.com

ANNOTATSIYA

Ushbu maqolada Nochiziq dasturlash muommolari, muommoni yechish usullari haqida batafsil yoritilgan.

***Kalit so`z**: nochiziq, kvadrat, simpleks, standart, qimmatli, formula.*

ABSTRACT

This article provides a detailed description of Nonlinear Programming problems and methods for solving them.

***Keywords:** nonlinear, quadratic, simplex, standard, valuable, formula.*

Nochiziq dasturlashda muammolari maqsad funktsiyasi endi o'zgaruvchilarga chiziqli bog'liq emas, balki boshqacha tarzda (ko'pincha kvadratik bog'liqlikka duch keladi - kvadratik dasturlash muammolari), bu masalani murakkablashtiradi va standart usullardan foydalanishni imkonsiz qiladi (simpleks usuli va uning hosilalari).

Biroq, 2 o'zgaruvchi bo'lsa, grafik usul hali ham qo'llaniladi, Lagranj ko'paytmalari usullari, Kun-Tuker teoremasi va nuqtalarning statsionarligi shartlari qo'llaniladi. Ko'pgina iterativ usullar ham ishlab chiqilgan bo'lib, ular quyida misollar (Zontendijk, Frank-Volf, gradient, yo'nalishlar, Rosen gradientlari, Pauell va boshqalar) yordamida muhokama qilinadi.

Chiziqli bo'lmagan dasturlash usullari qimmatli qog'ozlarning optimal portfelini yaratish muammolariga va bir nechta turdagi resurslar va ombor maydonini cheklash holatlarida inventarizatsiyani nazorat qilish muammolariga ham qo'llaniladi.

Nochiziq dasturlash - bu o'zgaruvchilarga qo'shimcha shartlar mavjud bo'lganda bir nechta o'zgaruvchilarning chiziqli bo'lmagan funktsiyalarining ekstremallarini topish nazariyasi va usullariga bag'ishlangan matematik dasturlash bo'limi. Nochiziq dasturlash masalasining umumiy formulasi quyidagicha: maqsad funksiyasini maksimallashtirish f(x)

quyidagi shartlar ostida

$gi(x) \geqslant 0, i=1,\ldots,m;$

$hj(x)=0, j=1,\ldots,k,$

Matematik dasturlashning umumiy terminologiyasiga ko'ra, nuqta x, barchani qoniqtiradi m+k muammoning cheklovlari, Nochiziq dasturlash muammosining mumkin bo'lgan yoki ruxsat etilgan yechimi deb ataladi. Ruxsat etilgan nuqta

f boshqa ruxsat etilgan nuqtalarga nisbatan eng katta qiymatni oladi (berilganiga yaqin), (mahalliy) optimal yoki (mahalliy) optimal yechim deb ataladi. Funksiyalarning xossalariga qarab f, g_i ,h_j - Chiziqli bo'lmagan dasturlashda bo'limlar mavjud bo'lib, ular orasida qavariq dasturlash va kvadratik dasturlash

f – kvadratik shakl yoki kvadrat va chiziqli shaklning yig'indisi, va

g_i., h_j – chiziqli funksiyalar). Nochiziq dasturlashning barcha raqamli usullarining asosi optimallik shartlari hisoblanadi. Birinchi darajali optimallik uchun zarur shartlar quyidagilardir. Agar x - mahalliy optimal nuqta, keyin ma'lum qo'shimcha sharoitlarda bunday raqamlar mavjud (Lagrange multiplikatorlari) $y1*$,…,$ym*$ и $z_1*,…,z_k*$, ya'ni barcha qisman hosilalar ($x,y*,z*)/\partial$x Logranj funksiyasi

$(x,y*,z*)=f(x)+i=1\sum myi*gi(x)+j=1\sum kzj*gj(x)$

chiziqli bo'lmagan dasturlash muammolari x=x∗ da yo'qoladi, ya'ni.

$\partial xl\partial L(x*,y*,z*)=0,l=1,…,n,$

Chiziqli bo'lmagan dasturlash muammolari qachon yo'qoladi.

$\partial L(x*,y*,z*)=0,l=1,…,n,$bu erda $i=1,…,m.$

Ushbu bayonot differensiallanuvchi funktsiya uchun ekstremum uchun matematik tahlilda ma'lum bo'lgan zarur shartni umumlashtiradi.

φ(t) bitta o'zgaruvchi:φ`(t)=0, Agar t∗ - mahalliy optimal nuqta. Chiziqli bo'lmagan dasturlash muammosi uchun ikkinchi darajali optimallik uchun zarur (etarli) shartlar - bu funktsiya uchun o'xshash shartlarning umumlashtirilishi.

φ(t) nuqtaga yetdi t∗ uning mahalliy maksimal: $\varphi'(t*)=0$, $\varphi''(t*)\leqslant 0$ $(\varphi'(t*)=0,\varphi''(t*)<0)$

ular funksiyalarning birinchi va ikkinchi qisman hosilalari yordamida tuzilgan. f,gi,hj.

Nochiziq dasturlashning eng keng tarqalgan usullaridan biri penalty funktsiya usulidir. Uning yordami bilan cheklovli Nochiziq dasturlash muammosi, cheklovlarni buzganlik uchun “jarimalar”ni ayirib, maqsad funksiyasidan hosil bo‘lgan jazo funksiyasini hosil qilish orqali cheklovsiz chiziqli dasturlash masalasiga keltiriladi. Jazolar qanchalik baland bo'lsa, jarima funksiyasini maksimallashtirish muammosi dastlabki muammoga shunchalik yaqin bo'ladi. Jazo funktsiyasini optimallashtirish uchun shartsiz maksimallashtirishning turli usullari qo'llaniladi (maqsad funktsiyasi belgisini

(E)ISSN: 2181-1784
5(6), 2025
www.oriens.uz

o'zgartirish maksimallashtirish masalasini minimallashtirish masalasiga qisqartiradi).

Chiziqli bo'lmagan dasturlash usullari odatda ma'lum bir xato bilan ma'lum optimallik shartlarini qondiradigan nuqtani olishga imkon beradi. Ular, umuman olganda, mahalliy optimallikka olib keladi (chiziqli bo'lmagan dasturlash masalalari bundan mustasno, bunda har bir mahalliy optimal optimal nuqta hisoblanadi, masalan, qavariq dasturlash masalalari). Har qanday chiziqli bo'lmagan dasturlash masalasida optimal nuqtaga olib kelishi kafolatlangan Nochiziq dasturlash usullari juda ko'p sonli nuqtalarni ko'rishni talab qiladi va shuning uchun faqat oz sonli o'zgaruvchilari bo'lgan chiziqli bo'lmagan dasturlash masalalariga qo'llaniladi. Shuning uchun chiziqli bo'lmagan dasturlashning eng samarali usullarini ham amalga oshirish uchun yuqori unumli kompyuterlardan foydalanish kerak.

Nochiziq dasturlash masalalarini yechish uchun bir qancha dasturiy paketlar yaratilgan. Bu paketlar har xil Nochiziq dasturlash usullarini amalga oshiruvchi optimallashtirish modullarini ham, foydalanuvchining kompyuter bilan muloqotini osonlashtiradigan xizmat dasturlarini ham o'z ichiga oladi.

Endi Chizizqsiz dasturlash: yechimlarga misollar

Masala 1. Kvadrat dasturlash masalasini Zoitendijk usuli yordamida yeching. Hisob-kitoblar tabiiy fraktsiyalarda amalga oshirilishi kerak.

MASHQ. Muammoni Zoitendiyk usulidan foydalanib yeching. Hisob-kitoblar ichida amalga oshiriladi

tabiiy fraktsiyalar.

$$\max(-6x_1^2 - x_2^2 + 2x_1x_2 + 10x_2)$$

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 \le 5 \\ 2x_1 + x_2 \ge 2 \\ x_1, x_2 \ge 0 \end{cases}$$

X_0=(0.4) bo’lsa

YECHIMI.

Zoitendijk usuli - mumkin bo'lgan usullar sinfining vakili yo'nalishlari. Usulning har bir iteratsiyasida mumkin bo'lgan yo'nalish topiladi tushish, so'ngra ushbu yo'nalish bo'yicha optimallashtirishni amalga oshiring. Kimdan boshlang'ich nuqtasi, qabul qilinadigan qiymatlar oralig'ida yotadi o'zgaruvchilar, harakat gradient vektor yo'nalishi bo'yicha amalga oshiriladi

( ) ∇F x_0 mintaqa chegarasiga yetguncha yoki yo'nalish bo'yicha maksimal qiymat. Maqsad funksiyasini belgilaylik $F = -6x_1^2 - x_2^2 + 2x_1x_2 + 10x_2 \to \max$

Birinchi qadam x_0

Keling, gradient vektorini topamiz

$$\nabla F = (-12x_1 + 2x_2, -2x_2 + 2x_1 + 10),$$

$$\nabla F(\overline{x_0}) = (8, 2).$$

Keyin yangi nuqtaning koordinatalari

$$\overline{x_1} = \overline{x_0} + \alpha_0 \cdot \nabla F(\overline{x_0}) = (0 + 8\alpha_0, 4 + 2\alpha_0) = (8\alpha_0, 4 + 2\alpha_0).$$

Ikkinchi qadam

α_0 ,parametri uchun maqbul qiymatlar oralig'ini aniqlaymiz $\overline{x_1}$ vazifalarni cheklash tizimiga

$$\begin{cases} 16\alpha_0 + 4 + 2\alpha_0 \le 5 \\ 16\alpha_0 + 4 + 2\alpha_0 \ge 2 \\ 8\alpha_0 \ge 0 \\ 4 + 2\alpha_0 \ge 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 18\alpha_0 \le 1 \\ 18\alpha_0 \ge -2 \\ 8\alpha_0 \ge 0 \\ 2\alpha_0 \ge -4 \end{cases} \quad \begin{cases} \alpha_0 \le \frac{1}{18} \\ \alpha_0 \ge -\frac{1}{9} \\ \alpha_0 \ge 0 \\ \alpha_0 \ge -2 \end{cases} \quad 0 \le \alpha_0 \le \frac{1}{18}.$$

Uchinchi qadam.

Bunday qadam qiymatini tanlash kerak α_0, bu ta'minlaydi

funktsiyalari F maksimal. Agar x_0 deb hisoblasak satr sifatida, keyin kerakli

parametrning qiymatini skalyarning nolga tenglik shartidan topish mumkin

Ushbu vektorlarning mahsulotlari x_1 nuqtaning koordinatalarini almashtirish

vazifalarni cheklash tizimiga

$$\nabla F(\overline{x_1}) \cdot \nabla F(\overline{x_0}) = 0.$$

O`rniga qo`yish orqali $\overline{x_1} = (8\alpha_0, 4 + 2\alpha_0)$ vektor koordinatalari uchun ifodalarda ∇F ni hosil qilamiz.

$$\nabla F(\overline{x_1}) = (-96\alpha_0 + 8 + 4\alpha_0, 16\alpha_0 - 8 - 4\alpha_0 + 10) = (-92\alpha_0 + 8, 12\alpha_0 + 2).$$

Bo`lganda

$$\nabla F(\overline{x_1}) \cdot \nabla F(\overline{x_0}) = (-92\alpha_0 + 8) \cdot 8 + (12\alpha_0 + 2) \cdot 2 = 68 - 712\alpha_0.$$

Olingan ifodani nolga tenglashtiramiz va kerakli qiymatni olamiz. Parameter

$$68 - 712\alpha_0 = 0;$$

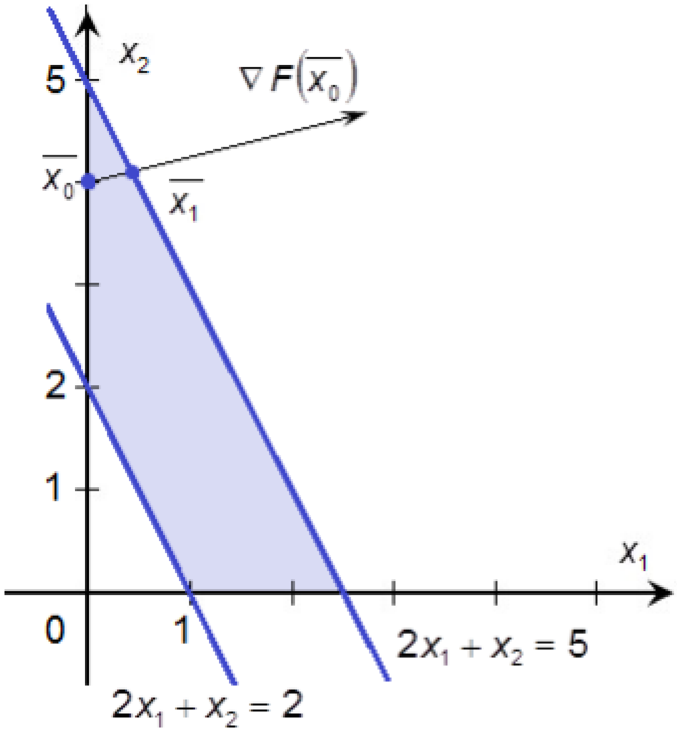
$$\alpha_0 = \frac{17}{178}.$$

$\frac{17}{178} > \frac{1}{18}$, ya'ni topilgan qiymat o'ng tomonda joylashgan segment

$0 \le \alpha_0 \le \frac{1}{18}$ keyin o'ng chegara qabul qilinadi $\alpha_0 = \frac{1}{18}$

$$\overline{x_1} = (8\alpha_0, 4 + 2\alpha_0) = \left(\frac{8}{18}, 4 + \frac{2}{18}\right) = \left(\frac{4}{9}, 4 + \frac{1}{9}\right) = \left(\frac{4}{9}, \frac{37}{9}\right).$$

$$\nabla F(\overline{x_1}) = \left(-\frac{92}{18} + 8, \frac{12}{18} + 2\right) = \left(\frac{26}{9}, \frac{8}{3}\right).$$



To`rtinchi qadam:

X1 nuqtasi qabul qilinadigan qiymatlar diapazonining chegarasida joylashgan o'zgaruvchilar va vektor ( ) ∇ F x1 yo'nalishidagi harakat sizni tashqariga olib boradi bu hudud. Shuning uchun biz keyingi qidiruv nuqtasini topamiz formuladan foydalanib

xk+1 = xk +α kSk bo`lganda Sk yangi yo'nalish gradient vektori bilan minimal o'tkir burchak hosil qiluvchi harakat va mintaqaga yoki uning chegarasi bo'ylab yo'naltirilgan. $X_1$ nuqta 2x1 + x2 = 5 to`g`ri chiziqda yotadi. bu vaqtda faol. Vektorni belgilaylik a= (1,2)

$S_1=(b_1,b_2)$ keyingi qadam shartdan aniqlanadi vektorlarning skalyar mahsulotining nolga tengligi

$$a_1S_1=2b_1+b_2=0;$$
$$b_2=-2b_1.$$

Shartdan birlik vektorini topamiz |S|=1 bektor uzunligi S_1

$$|S_1|=\sqrt{b_1^{\,2}+b_2^{\,2}}=\sqrt{b_1^{\,2}+(-2b_1)^2}=\sqrt{5b_1^{\,2}}=\sqrt{5}b_1=1;$$

$$b_1=\frac{1}{\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{5}}{5}.$$ bo`lganda $$b_2=-2b_1=-\frac{2\sqrt{5}}{5}.$$

$$S_1=\left(\frac{\sqrt{5}}{5},-\frac{2\sqrt{5}}{5}\right).$$

Beshinchi qadam:

Keyingi qadam $\overline{x_2}=\overline{x_1}+\alpha_1 S_1,$ bo`lganda

$$\overline{x_2}=\left(\frac{4}{9},\frac{37}{9}\right)+\alpha_1\left(\frac{\sqrt{5}}{5},-\frac{2\sqrt{5}}{5}\right)=\left(\frac{4}{9}+\alpha_1\frac{\sqrt{5}}{5},\frac{37}{9}-\alpha_1\frac{2\sqrt{5}}{5}\right).$$

α1 , parametrining qiymatini topamiz, qaysi nuqtada x_1 tegishli

o'zgaruvchilarning qabul qilinadigan qiymatlari sohalari. Birinchi tengsizlik qanoatlantiriladi avtomatik ravishda, chunki x_2 nuqtasi shu chiziqda joylashgan.

$$\begin{cases}\frac{8}{9}+\alpha_1\frac{2\sqrt{5}}{5}+\frac{37}{9}-\alpha_1\frac{2\sqrt{5}}{5}\le 5\\ \frac{8}{9}+\alpha_1\frac{2\sqrt{5}}{5}+\frac{37}{9}-\alpha_1\frac{2\sqrt{5}}{5}\ge 2\\ \frac{4}{9}+\alpha_1\frac{\sqrt{5}}{5}\ge 0\\ \frac{37}{9}-\alpha_1\frac{2\sqrt{5}}{5}\ge 0\end{cases}\qquad \begin{cases}5\le 5\\ 5\ge 2\\ \alpha_1\ge-\frac{4\sqrt{5}}{9}\\ \alpha_1\le\frac{37\sqrt{5}}{18}\end{cases}\qquad -\frac{4\sqrt{5}}{9}\le\alpha_1\le\frac{37\sqrt{5}}{18}.$$

α1 parametrini topamiz, bu F funksiyasining maksimal qiymatini beradi

S_1 vektorining yo'nalishi . Buning uchun x_2 nuqtaning koordinatalarini almashtiramiz

V F funksiyasi bu tenglamadagi o'zgaruvchilarning koeffitsientlari

$$h(\alpha_1)=F(\overline{x_2})=\frac{2161}{81}-\frac{22\sqrt{5}}{45}\alpha_1-\frac{14}{5}\alpha_1^{\,2};$$

hosilasini topamiz

$$\frac{\partial h}{\partial \alpha_1} = -\frac{22\sqrt{5}}{45} - \frac{28}{5}\alpha_1;$$

$$\frac{\partial h}{\partial \alpha_1} = 0 \text{ при } -\frac{22\sqrt{5}}{45} - \frac{28}{5}\alpha_1 = 0;$$

$$\frac{22\sqrt{5}}{9} + 28\alpha_1 = 0;$$

$$\alpha_1 = -\frac{11\sqrt{5}}{126}, \text{ и это точка максимума, т.к. } \frac{\partial^2 h}{\partial \alpha_1^{\,2}} = -\frac{28}{5} < 0.$$

Bu qiymat diapazonda $\frac{4\sqrt{5}}{9} \le \alpha_1 \le \frac{37\sqrt{5}}{18}$ shuning uchun biz qabul qilamiz uni yangi qadam uchun

$\alpha_1 = -\frac{11\sqrt{5}}{126}$. Endi siz nuqtaning koordinatalarini topishingiz mumkin

$$\overline{x_2} = \left(\frac{4}{9} + \alpha_1\frac{\sqrt{5}}{5}, \frac{37}{9} - \alpha_1\frac{2\sqrt{5}}{5}\right) = \left(\frac{4}{9} - \frac{11\sqrt{5}}{126}\cdot\frac{\sqrt{5}}{5}, \frac{37}{9} + \frac{11\sqrt{5}}{126}\cdot\frac{2\sqrt{5}}{5}\right) =$$

$$= \left(\frac{4}{9} - \frac{11}{126}, \frac{37}{9} + \frac{22}{126}\right) = \left(\frac{56-11}{126}, \frac{518+22}{126}\right) = \left(\frac{45}{126}, \frac{540}{126}\right) = \left(\frac{5}{14}, \frac{30}{7}\right).$$

Bu nuqtada gradient vektorining koordinatalarini topamiz

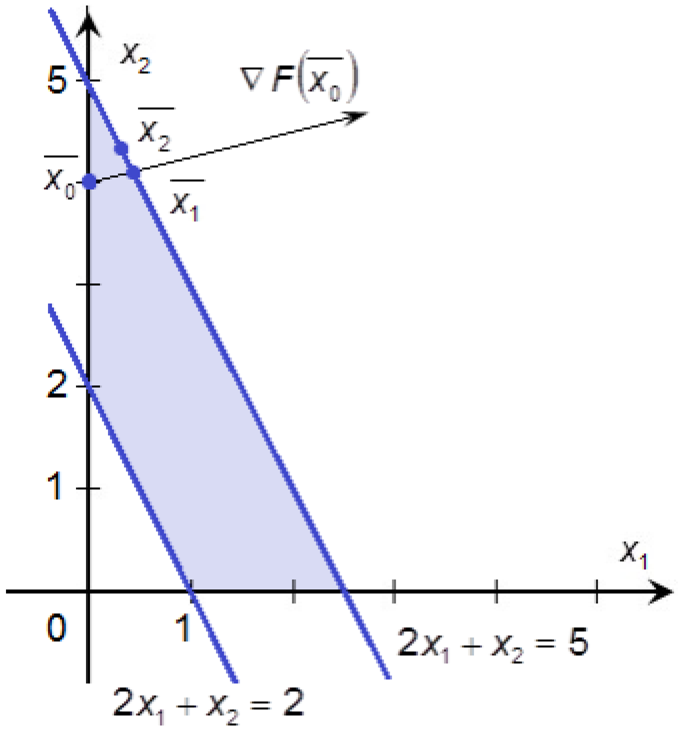
$$\nabla F(\overline{x_2}) = \left(-\frac{30}{7} + \frac{60}{7}, -\frac{60}{7} + \frac{5}{7} + 10\right) = \left(\frac{30}{7}, \frac{15}{7}\right).$$

Skayar mahsulotdan beri

$$\nabla F(\overline{x_2})\cdot S_1 = \frac{30}{7}\cdot\frac{\sqrt{5}}{5} + \frac{15}{7}\cdot\left(-\frac{2\sqrt{5}}{5}\right) = \frac{6\sqrt{5}}{7} - \frac{6\sqrt{5}}{7} = 0, \qquad \nabla F(\overline{x_2})$$

S_1 vektoriga orthogonal va shuning uchun topilgan nuqta

$\overline{x_2} = \left(\frac{5}{14}, \frac{30}{7}\right)$ yetkazib beradi maqsad funktsiyasi F maksimal.



Yettinchi qadam:

Funksiyaning maksimal qiymatini toping

$$F_{\max}=F(\overline{x_2})=-6\cdot\left(\frac{5}{14}\right)^2-\left(\frac{30}{7}\right)^2+2\cdot\frac{5}{14}\cdot\frac{30}{7}+10\cdot\frac{30}{7}=-\frac{75}{98}-\frac{900}{49}+$$
$$+2\cdot\frac{5}{14}\cdot\frac{30}{7}+10\cdot\frac{30}{7}=-\frac{75}{98}-\frac{900}{49}+\frac{150}{49}+\frac{300}{7}=\frac{-75-1500+4200}{98}=\frac{375}{14}.$$

$$\max(-6x_1^2-x_2^2+2x_1x_2+10x_2)=\frac{375}{14}$$ nuqtaga yetib boradi $\overline{x_2}=\left(\frac{5}{14},\frac{30}{7}\right)$.

Gradient

max(−6x21−x22+2x1x2+10x2)

2x1+x2≤5,

2x1+x2≥2,

x1,x2≥0,

x0=(0,4)

Masala 2. Frank-Volf usuli yordamida masalani yeching (hisoblash 4 kasrgacha aniqlik bilan amalga oshiriladi).

max(−x21+x1x2−2x22+4x1+6x2)

$x1+x2 \leq 4$,

$x1+2x2 \geq 2$,

$x1,x2 \geq 0$,

$x0=(3,1)$.

Masala 3. Muammoni mumkin bo'lgan yo'nalishlar usulidan foydalanib yeching (hisoblash 4 kasrgacha aniqlik bilan amalga oshiriladi).

$\max(-x21+x1x2-2x22+4x1+6x2)$

$x1+x2 \leq 4$,

$x1+2x2 \geq 2$,

$x1,x2 \geq 0$,

$x0=(3,1), \xi=0,4$.

4-topshiriq. Nochiziqli dasturlash masalasini yeching

$\min f=x21+2x22-16$

$x1-20x2,2$

$x1+5x2 \leq 40,2$

$x1+x2 \leq 16$,

$x1,x2 \geq 0$.

Topshiriq 5. Grafik usuldan foydalanib, nochiziqli dasturlash masalasining yechimini toping

$F=(x1-1)2+(x2-1)2 \rightarrow extr$,

$3x1+5x2 \leq 15$,

$5x1+3x2 \leq 15$,

$x1,x2 \geq 0$.

FOYDALANILGAN MANBA RESURSLARI

1. https://bigenc.ru/c/nelineinoe-programmirovanie-7caeb1
2. https://www.matburo.ru/Examples/Files/np_1.pdf
3. https://www.matburo.ru/Examples/Files/np_2.pdf
4. https://www.matburo.ru/Examples/Files/np_3.pdf
5. https://www.matburo.ru/Examples/Files/np_4.pdf
6. https://www.matburo.ru/Examples/Files/np_5.pdf