TEKISLIKDA UCHBURCHAK YUZASI HAQIDA AYRIM MULOHAZALAR

Djabbarov Odil Djurayevich
TDTU Olmaliq filiali katta o'qituvchisi
odilxon455@gmail.com

ANNOTATSIYA

Maqolada uchburchak yuzasi faqat uning uchlari koordinatalari berilgan xoldagi yuzasini topish formulalari haqida fikr yuritilgan. Uchburchak yuzasini nafaqat elementar matematika, balki oliy matematika elementlari yordamidagi hisoblash formulalari keltirilgan.Keltirilgan formulalarning bir biridan afzalliklari o'rganilgan.

Kalit so'zlar: *Tekislik, to'g'ri chiziq, formula, uchburchak, yuza, koordinata, vektor, vektor ko'paytma, determinant.*

АННОТАЦИЯ

В статье обсуждаются формулы для нахождения поверхности треугольника только с координатами его концов. Приведены формулы для расчета поверхности треугольника с использованием не только элементарной математики, но и элементов высшей математики, изучены достоинства этих формул.

Ключевые слова: *Плоскость, прямая, формула, треугольник, поверхность, координата, вектор, векторное произведение, определитель.*

ABSTRACT

The article discusses the formulas for finding the surface of a triangle with only the coordinates of its ends. The formulas for calculating the surface of a triangle using not only elementary mathematics, but also elements of higher mathematics are given. The advantages of these formulas are studied.

Keywords: *Plane, straight line, formula, triangle, surface, coordinate, vector, vector product, determinant.*

KIRISH

Qadimgi yunon matematigi Geron Aleksandriyskiy (e.a. 80 yillar) sharafiga atalgan ushbu formula

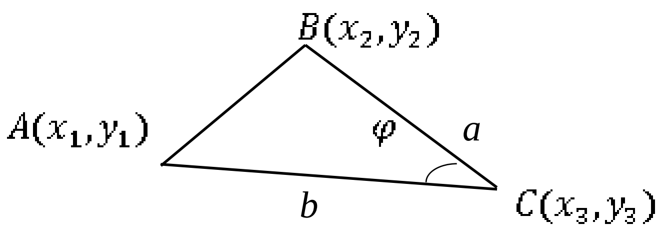
$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

uchburchakning uchta *a*, *b* va *c* tomonlari uzunliklari ma'lum bo'lganda topiladigan formulani beradi. Tekislikda berilgan $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$ va $C(x_3, y_3)$

nuqtalar bir to'g'ri chiziqda yotmasa , ularni ketma- ket tutashtirish natijasida albatta uchburchak hosil bo'ladi. Bu formulani Geron o'zining "Metrika" deb atalgan uchta kitobining birinchi kitobida keltirib o'tgan. Geometriyada eng sodda bo'lgan figuralardan biri uchburchak bo'lib, uning yuzasini topish formulasi turli davrlarda turli matematik tushunchalar yordamida bir qancha hisoblash formulalari hosil qilindi. Shulardan ayrimlari bilan tanishib chiqamiz. Unda uchburchakning faqat uchta uchlari koordinatalari berilishi talab etiladi.

MUHOKAMA VA NATIJALAR

1) $S_\Delta = \frac{1}{2} ab \sin\varphi$



AB , *AC* va *BC* tomonlarini ikki nuqta orasidagi masofa formulasidan foydalanib topamiz. Kosinuslar teoremasiga asosan φ burchakni topamiz.

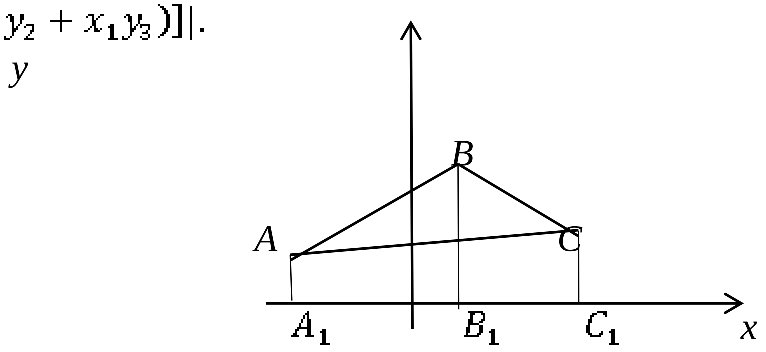
2) $S_\Delta = \frac{1}{2}\left|\overrightarrow{AC}\right| \left|\overrightarrow{BC}\right| \sin\varphi$

$\overrightarrow{AC}$ va $\overrightarrow{BC}$ vektorlarni uzunliklarini topish uchun $\overrightarrow{AC}(x_3 - x_1; y_3 - y_1), \overrightarrow{BC}(x_3 - x_2, y_3 - y_2)$ larni aniqlab, ularni modullarini topamiz. So'ngra ikki vektor orasidagi burchak formulasidan φ burchakni topamiz.

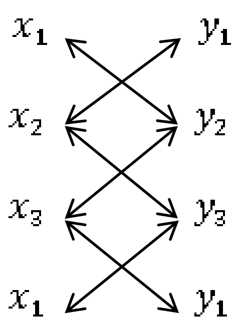
3) $$S_\Delta = \frac{1}{2} \left|[(x_1y_2 + x_2y_3 + x_3y_1) - (x_2y_1 + x_3y_2 + x_1y_3)]\right|.$$

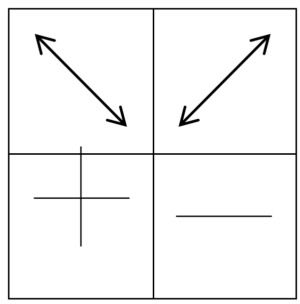
Bu formulani hosil qilish uchun, *A*,*B* va *C* uchlaridan *OX* o'qiga perpendikulyar tushiramiz. Natijada ikkita A_1ABB_1 va B_1BCC_1 trapetsiyalar hosil bo'ladi. Trapetsiya yuzasi formulasiga asosan:

$$S_{\Delta} = \frac{y_1+y_2}{2}(x_2 - x_1) + \frac{y_2+y_3}{2}(x_3 - x_2) - \frac{y_1+y_3}{2}(x_3 - x_1) = \frac{1}{2}[x_2y_1 - x_1y_1 + x_2y_2 - x_1y_2 + x_3y_2 - x_2y_2 + x_3y_3 - x_2y_3 - x_3y_1 + x_1y_1 - x_3y_3 + x_1y_3] = \frac{1}{2}[-x_1y_2 - x_2y_3 - x_3y_1 + x_2y_1 + x_3y_2 + x_1y_3] = \frac{1}{2}|[(x_1y_2 + x_2y_3 + x_3y_1) - (x_2y_1 + x_3y_2 + x_1y_3)]|.$$



Bu formulani esda qolishi uchun quyidagicha sxemadan foydalanamiz. Uchburchak koordinatalarini quyidagicha tartibda yozib olamiz:





So’ngra ko’rsatilgan strelkalar yordamida ishoralarni rasmga qarab qo’yib hisoblasak, yuqoridagi formula natijasini beradi. Yanada tushunarli bo’lishi uchun uni misolda ko’rib chiqaylik.

Misol. Uchlari *A(2;1)*, *B(-3;4)* va *C(4;3)* bo'lgan uchburchak yuzasini hisoblaylik. Yuqoridagi sxemaga asoslanib,

2   1
-3   4
4   3
2   1

*2*4+(-3)*3+4*1-(-3)*1-4*4-2*3=8-9+4+3-16-6=-16*

Natijada, $S_{\Delta}=\frac{1}{2}|-16|=8$ (kv. birlik)ni hosil qilamiz.

Geron formulasiga asosan, $AB=\sqrt{34}$, $AC=\sqrt{8}$, $BC=\sqrt{50}$ larni formulaga qo'yib,

$$S_{\Delta}=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\sqrt{34}+\sqrt{8}+\sqrt{50}}{2}\ \frac{\sqrt{8}+\sqrt{50}-\sqrt{34}}{2}\ \frac{\sqrt{34}-\sqrt{8}+\sqrt{50}}{2}\ \frac{\sqrt{34}+\sqrt{8}-\sqrt{50}}{2}}=8\ (kv.birlik)$$

ni hosil qilamiz. Misolni bu yechimlarini taqqoslasak, yuqoridagi sxemani afzalliklarini ko'ramiz.

Geron uchburchakning tomonlari uzunliklari butun, yuzalari ham butun sonlardan iborat bo'lgan uchburchaklarni qaragan. Bunday uchburchaklar **Geron uchburchaklari** deb ataladi. Agar koordinatalar bilan berilgan uchburchaklarni yuzasi nolga teng bo'lsa, nuqtalarni bir to'g'ri chiziqda yotishini bildiradi.

1) Determinantlar orqali ifodalangan uchburchak yuzasi:

$$S_{\Delta}=\frac{1}{2}\left\|\begin{vmatrix}x_2-x_1 & y_2-y_1\\ x_3-x_1 & y_3-y_1\end{vmatrix}\right\|$$

Bu formuladan foydalanib, yuqoridagi misolni yechaylik:

$$S_{\Delta}=\frac{1}{2}\left\|\begin{vmatrix}-3-2 & 4-1\\ 4-2 & 3-1\end{vmatrix}\right\|=\frac{1}{2}\begin{vmatrix}-5 & 3\\ 2 & 2\end{vmatrix}=\frac{1}{2}|-10-6|=\frac{1}{2}\ 16=8\ (kv.birlik)$$

2) Vektor ko'paytma orqali uchburchak yuzasini topish formulasi:

$$S_\Delta = \frac{1}{2}\left|\overrightarrow{AB}\,\overrightarrow{AC}\right| = \frac{1}{2}\left\|\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \end{vmatrix}\right\|$$

bo'lib, bu yerda $\overrightarrow{AB}(x_1, y_1, z_1)$, $\overrightarrow{AC}(x_2, y_2, z_2)$. Bu vektorlar fazoda berilgan. Agar bu formulani tekislikda qarasak, $\overrightarrow{AB}(x_1, y_1, 0)$, $\overrightarrow{AC}(x_2, y_2, 0)$ bo'ladi. U holda formula quyidagi ko'rinishni oladi:

$$S_\Delta = \frac{1}{2}\left|\overrightarrow{AB}\,\overrightarrow{AC}\right| = \frac{1}{2}\left\|\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ x_1 & y_1 & 0 \\ x_2 & y_2 & 0 \end{vmatrix}\right\| = \frac{1}{2}\left|x_1 y_2 \vec{k} - x_2 y_1 \vec{k}\right| = \frac{1}{2}\left|(x_1 y_2 - x_2 y_1)\vec{k}\right|.$$

Bu formulani yuqoridagi misolga tadbiq qilamiz. Ma'lumki , $\overrightarrow{AB}(-5;3)$,$\overrightarrow{AC}(2;2)$. U holda

$S_\Delta = \frac{1}{2}\left|(-5*2 - 2*3)\vec{k}\right| = \frac{1}{2}\left|-16\vec{k}\right| = 8\,(kv.\,birlik)$ ni hosil qilamiz.

Bundan tashqari uchburchak yuzasini topishda aniq integral yordamida ham hisoblash mumkin.Uning uchun aniq integralning geometrik masalalarga tadbiqi to'g'risidagi ma'lumotlarni bilish kerak bo'ladi.

XULOSA

Biz yuqorida ko'rib chiqqan barcha hollarda uchburchakning faqat koordinatalari berilgan hollardagi formulalarini ko'rib chiqdik holos. Boshqacha aytganda, bir misolni yechishning turli usullardagi yechimini ko'rsatdik. Bu esa o'quvchilarni elementar va oliy matematika fani elementlari yordamida misol va masalalarni yechish ko'nikmasini hosil qilishdan iborat.

REFERENCES

1. Djabbarov O.Dj. , Iskandarov S. D. “Teylor formulasi va uning turli matematik masalalarga qo'llanilishi”, “ORIENTAL RENAISSANCE: innovative, educational, natural and social sciences”, №3, 2021.

2. Djabbarov O.Dj. , Akbaraliyev A.A. "O'rta arifmetik va o'rta geometric tushunchaga bog'liq ketma-ketliklar limiti ", "ORIENTAL RENAISSANCE: innovative, educational, natural and social sciences", №1, 2021.
3. Джаббаров О.Дж. "Принципы построения и основные направления организации обмена информацией", "ORIENTAL RENAISSANCE: innovative, educational, natural and social sciences", №6, 2021.
4. Мусаев М.У., Хужаев Т. Х., Хакимова Г.А. Задача систем планирования и распределения ресурсов многопроцессорных управляющих вычислительных системах в контуре обработки информации. г. Москва, Научный журнал «Universum» , № 11(68), 11.2019.
5. Джаббаров О.Дж, Хужаев Т. Х. "Анализ моделей СОИ с помощью цепей Маркова". "ORIENTAL RENAISSANCE: innovative, educational, natural and social sciences", №7, 2021.