

## **О РАСПРОСТРАНЕНИИ СФЕРИЧЕСКОЙ ВОЛНЫ В НЕЛИНЕЙНО-СЖИМАЕМОЙ И УПРУГОПЛАСТИЧЕСКОЙ СРЕДАХ.**

**Джалилова Тургуной Абдужалиловна**

кандидат физико-математических наук, доцент.

**Комолова Гулхаё Шукирилло кизи,**

**Халилов Муродилжон Дурбек угли**

Преподаватель Андижанского машиностроительного института.

### **АННОТАЦИЯ**

*Рассматривается задача о распространении сферической ударной волны к границе каверны. Грунт моделируется либо идеальной нелинейно – сжимаемой и упругопластической средой. Решение задачи пристроено аналитически обратным способом и численным методом характеристик.*

*Из результатов расчета видно, что в случае моделирования грунта нелинейно – сжимаемой среды по сравнению с упругопластической задачей изменяется во времени сравнительно медленно и приобретает наибольшие значения. Результаты метода характеристик совпадают с аналитическим решением задачи.*

**Ключевые слова:** *Сферическая волна, нелинейно–сжимаемая среда, упругопластическая среда, грунт, деформационная теория, каверна, модель, фронт, упругопластическая деформация, метод характеристик, теория пластичности, модуль Юнга.*

## **SFERIK TO‘LQINNING NOCHIZIQLI SIQILMAGAN VA ELASTIK- PLASTIK MUHITDA TARQALISHI HAQIDA**

### **ANNOTATSIYA**

*Sferik zarba to‘lqinining bo‘shliq chegarasida tarqalish muammosi ko‘rib chiqiladi. Teskari masalaning yechimi analitik usulda va sonli xarakteristikalar chiziqli bo‘lmagan – siqiluvchan muhitlarda qattiq jism haqidagi masalani modellashtirish elastik – plastik masala bilan taqqoslangan.*

*Hisoblash natijalaridan ko‘rinib turibdiki, chiziqli bo‘lmagan siqiluvchi muhitning tuprog‘ini modellashtirishda elastoplastik masala bilan solishtirganda, u vaqt ichida nisbatan sekin o‘zgaradi va eng katta qiymatlarga ega bo‘ladi. Xarakteristikalar usulining natijalari masalaning analitik yechimi bilan mos keladi.*

*Natijada elastik – plastik masalani yechish vaqtga nisbatan sekin harakteristikalar usulining natijalari masalani analitik yechimi bilan ustma – ust tushgani yaqqol ko`ringan.*

***Kalit so`zlar:** Sferik to'lqin, chiziqli bo'lmagan siqilgan muhit, elastiko-plastik muhit, qattiq jism, deformatsiya nazariyasi, kavernalar, model, front, elastiko-plastik deformatsiya, harakteristikalar usuli, oquvchanlik nazariyasi, Yung moduli.*

## **ON THE PROPAGATION OF A SPHERICAL WAVE IN A NONLINEAR COMPRESSIBLE AND ELASTOPLASTIC MEDIA**

### **ABSTRACT**

*The problem of propagation of a spherical shock wave to the cavity boundary is considered. The soil is modeled either by an ideal non-linear compressible and elastic-plastic medium. The solution of the problem is attached analytically by the inverse method and by the numerical method of characteristics.*

*It can be seen from the calculation results that in the case of modeling the soil of a nonlinear compressible medium, in comparison with the elastic-plastic problem, it changes relatively modularly over time and acquires the greatest values. The results of the characteristics method coincide with the analytical solution of the problem.*

***Keywords:** Spherical wave, nonlinear compressible medium, elastic-plastic medium, ground, deformation theory, cavity, model, front, elastic-plastic deformation, method of characteristics, theory of plasticity, Young's module.*

### **ВВЕДЕНИЕ**

Рассматривается задача о распространении сферической ударной волны в грунте под действием приложенной к границе каверны радиуса интенсивной, монотонно убывающей нагрузки  $\sigma_0(t)$ . Грунт моделируется либо идеальной нелинейно-сжимаемой, либо упругопластической средой, подчиняющейся деформационной теории. Решение задачи построено аналитически обратным способом и численно методом характеристик. Пусть на границу сферической каверны  $r = r_0$  приложена монотонно убывающая нагрузка  $\sigma_0(t)$ . В случае рассмотрения задачи в рамках нелинейно-сжимаемой среды

$$(\sigma_{rr} = \sigma_{\varphi\varphi} = \sigma_{\theta\theta} = -\rho, \sigma_{r\varphi} = 0)$$

при

$$\frac{d^2\rho}{d\varepsilon^2} > 0$$

в грунте будет распространяться сферическая ударная волна  $r = R(t)$ , на фронте которой грунт мгновенно нагружается, а за ним в области возмущения происходит линейная и необратимая разгрузка среды. Тогда из уравнений движения, неразрывности и состояния идеальной сжимаемой среды получим относительно массовой скорости  $u(r, t)$  уравнение вида

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - C_p^2 \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} - \frac{2C_p^2}{r} \left( \frac{\partial u}{\partial r} - \frac{u}{r} \right) = 0 \quad (1)$$

Пусть задан

$$r = R(t) \text{ или } \dot{R} = \frac{dR(t)}{dt}.$$

В этом случае при  $r = R(t)$  все параметры среды с учетом соотношений на фронте ударной волны будут известными функциями времени, и вышеуказанные соотношения являются граничными условиями для решения уравнения (1). С учетом этого обстоятельства решение уравнения (1) представляется в виде:

$$\begin{aligned} u(r, t) = & \frac{1}{r} \left\{ \int_{r_0}^{r-C_p t} d\xi_2 \int_{r_0}^{\xi_2} \phi_1(\xi_1) d\xi_1 - \right. \\ & \left. - \int_{r_0}^{r+C_p t} d\xi_2 \int_{r_0}^{\xi_2} \phi_1(\xi_1) d\xi_1 - \right. \\ & \left. - \frac{\rho_0}{\alpha_2} \int_{r_0}^{r+C_p t} \frac{\dot{R}[F(\xi_2)] \ddot{R}[F(\xi_2)] R[F(\xi_2)]}{\Delta_2[F(\xi_2)]} d\xi_2 \right\} - \\ & - \frac{1}{r^2} \left\{ \int_{r_0}^{r-C_p t} d\xi_3 \int_{r_0}^{\xi_3} d\xi_2 \int_{r_0}^{\xi_2} \phi_1(\xi_1) d\xi_1 - \right. \\ & \left. - \int_{r_0}^{r+C_p t} d\xi_3 \int_{r_0}^{\xi_3} d\xi_2 \int_{r_0}^{\xi_2} \phi_1(\xi_1) d\xi_1 - \right. \\ & \left. - \frac{\rho_0}{\alpha_2} \int_{r_0}^{r+C_p t} d\xi_3 \int_{r_0}^{\xi_3} \frac{\dot{R}[F(\xi_2)] \ddot{R}[F(\xi_2)] R[F(\xi_2)]}{\Delta_2[F(\xi_2)]} d\xi_2 + m_1 C_p t_1 + n_1 \right\}, \quad (2) \end{aligned}$$

$$\Delta_2(t) = \sqrt{\frac{(1 - \frac{\alpha_1}{\alpha_2})^2}{4} - \frac{\rho_0 \dot{R}^2(t) - \alpha_1}{\alpha_2}}, C_p = \sqrt{\frac{E}{\rho_0}}$$

где  $\phi_1(\xi)$  – известная функция;  $F(z_{1,2})$  – корень уравнения  $R(t) \mp C_p t = z_{1,2}$  относительно  $t$ ;  $C_p$  – скорость распространения возмущения в области разгрузки;  $m_1, n_1, \alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2$  – коэффициенты. Учитывая, что  $\rho(r_0, t) = \sigma_0(t)$ , из уравнения движения среды для определения нагрузки  $\sigma_0(t)$  с учетом (2) имеем:

$$\sigma_0(t) = \rho^*(t) + \rho_0 \int_{r_0}^{R(t)} \frac{\partial u(r, t)}{\partial t} dr \quad (3)$$

Если рассмотреть задачу при упругопластических деформациях, то относительно перемещения  $u(r, t)$  получим уравнение

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a_0^2 \left[ \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \left( \frac{\partial u}{\partial r} - \frac{u}{r} \right) + \frac{Q(r)}{\rho_0 a_0^2} \right], \rho_0 a_0^2 = \lambda_0 + 2G_0, \quad (4)$$

которое допускает решение вида

$$u(r, t) = \frac{\psi'(r - a_0 t) + \phi'(r + a_0 t)}{r} - \frac{\psi(r - a_0 t) + \phi(r + a_0 t)}{r^2} - \frac{1}{3(\lambda_0 + 2G_0)} \int_{r_0}^r Q(r) dr + \frac{1}{3(\lambda_0 + 2G_0)} \int_{r_0}^r Q(r) r^3 dr, \quad (5)$$

где  $\psi$  и  $\phi$  – искомые функции. Отметим, что в случае

$$\left( \alpha_2 - \frac{8}{27} \beta_2 \right) > 0$$

в грунте возникает ударная волна и при использовании обратного способа решения задачи функция  $Q(r)$  является заданной. Тогда условия на фронте сферической ударной волны  $r = R(t)$ , если задана  $R(t)$  или  $\dot{R}(t)$ , обеспечивают нахождения искомых функций  $\psi$  и  $\phi$ . В этом случае на основе формулы

$$\sigma_{rr} = \sigma_{rr}^*(r) + \lambda_0 (\varepsilon - \varepsilon^*) + 2G_0 (\varepsilon_{rr} - \varepsilon_{rr}^*)$$

вычисляется напряжение  $\sigma_{rr}$ , а граничное условие  $\sigma_{rr}(r_0, t) = -\sigma_0 t$  определяет профиль нагрузки  $\sigma_0(t)$ . В дальнейшем был разработан алгоритм и схема расчета упругопластической задачи методом характеристик. Расчеты на ЭВМ проводились для случая, когда форма поверхности ударной волны задана в виде полинома второй степени

$$R(t) = r_0 + R_1 t - \frac{R_2}{2} t^2, \quad \dot{R}(t) > 0$$

в качестве грунта выбран мелкозернистый песок с экспериментальными диаграммами

$$\sigma(\varepsilon) = (\alpha_1 + \alpha_2 |\varepsilon|) \varepsilon, \quad \sigma_i(\varepsilon_i) = (\beta_1 - \beta_2 \varepsilon_i) \varepsilon_i.$$

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Из результатов расчета видно, что в случае моделирования грунта нелинейно-сжимаемой среды, по сравнению с упругопластической задачей, профиль нагрузки  $\sigma_0(t)$  изменяется во времени сравнительно медленно и при  $t > 0$  по абсолютной величине приобретает наибольшие значения. Это объясняется тем, что в случае рассмотрения задачи в рамках нелинейно-сжимаемой среды грунт со всех сторон обжат одним и тем же давлением, тогда как при использовании теории пластичности  $\sigma_{rr} > \sigma_{\varphi\varphi} = \sigma_{\theta\theta}$ . Все параметры среды при  $r \geq r_0$  в зависимости от времени  $t$  имеют затухающий характер. Напряжение  $\sigma_{rr}$  и массовая скорость  $u_t$  в зависимости от координаты  $r$  изменяются, в основном по линейному закону. Такая же картина имеет место при изменении  $\sigma_{rr}^*$ ,  $\sigma_{\varphi\varphi}^*$ ,  $u_t^*$  вдоль фронта волны. Результаты метода характеристик удовлетворительно совпадают с аналитическим решением задачи. Исследованием установлено, что с увеличением величины коэффициентов  $\alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2$  компоненты напряжений возрастают, а с увеличением модулей Юнга  $E_1, E_2$  — убывают.

### REFERENCES

1. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Гидродинамика, Изд.4-с.М.:Наука, 1988, т.6. 730 с.
2. Станюкович К.П. Неустановившиеся движения силошной среды. М.:Наука, 1971.-852 с.
3. Авершывм С.П., Атабаев К., Джалилова Т.А., Мамадалиев Н. “Динамическое расширение сферической и цилиндрической полости в нелинейно- сжимаемой пластической среде” Узбекский журнал. “Проблемы механики”, № 2-3, 1999, ст.9-16.
4. Авершывм С.П., Мамадалиев Н. Применение модели пластического газа Х.А.Рахматулина для исследования процесса кратерообразования в плоской мишени при высокоскоростном ударе сферической частицы космонавтика и ракетостроение. Вып. 1(54). 2009. с. 134-144.

- 
5. Djalilova T, Atabayev K, Komolova G. “Solution of the energy equation of a two-phase medium taking into account heat transfer between phases” “ACTUAL PROBLEMS OF MODERN SCIENCE, EDUCATION AND TRAINING.” Electronic journal. KhorezmsScience.Uz, October,2021 10/2. ISSN 2181-9750. 80-85 betlar.
  6. G.Komolova. “Hosilani ketma-ketlikdagi ba`zi masalalarni yechishga tadbig`i.” “O`ZBEKISTON VA AVTOMOBIL SANOATI: FAN, TA`LIM VA ISHLAB CHIQRISH INTEGRATSIYASI” xalqaro ilmiy-amaliy anjuman materiallari, 386-389 betlar,AndMI.
  7. qizi Komolova, G. S. (2021). Differensial hisobning asosiy teoremlari. *Science and Education*, 2(10), 9-12.
  8. Ergashov S., Komiljonov B., Xalilov M. Differensial tenglamalarni mexanika va fizikaning ba`zi masalalarini yechishga tadbirlari // Namangan muhandislik texnologiyalari instituti ilmiy-texnika jurnali 430-433 b.
  9. Gulhayo Komolova, Khalilov Murodiljon, Stages of drawing up a mathematical model of the economic issue.//journal of ethics and diversity in international communication.
  10. Xalilov Murodiljon, Tillayev Donyorbek Experience in Using the relationship between mathematics and physics in shaping the concept of limit // Analytical journal of education and development 2021 yil, 212-215 b.