VOLUME 2 | ISSUE 2
ISSN 2181-1784
SJIF 2022: 5.947
ASI Factor = 1.7

KOMPLEKS SON VA TRIGONOMETRIK SHAKLDAGI KOMPLEKS SONLARDAN ILDIZ CHIQARISH USULLARI

Sunnatullo Do'stov
Denov tadbirkorlik va pedagogika instituti
"Oliy matematika" kafedrasi o'qituvchisi,
Azizbek Orolov
Denov tadbirkorlik va pedagogika instituti
Matematika ta'lim yo'nalishi 1-kurs talabasi

ANNOTATSIYA

Maqolada sonlardan ildiz chiqarish va ushbu jarayonda trigonometrik shakldagi kompleks sonlarga nisbatan qo'llanilgan usullarning tarixiy va hozirgi kun bilan qiyoslagan holdagi ilmiy asoslari haqida ma'lumotlar berilgan bo'lib, mashhur matematika sohasi olimlarining ushbu sohada qilgan ishlari asosida tahlillar olib borilgan.

Kalit so'zlar: *ildiz, darajaga ko'ratish, kompleks son, kompleks sonning moduli, Nyuton binomi, arifmetika kaliti, mavhum birlik, kompleks sonning argumenti.*

ABSTRACT

The article provides information on the historical basis of the methods used to derive roots from numbers and complex numbers in trigonometric form in the process, comparing them with historical and modern, and analyzes based on the work of prominent mathematicians in this field.

Keywords: *root, exponentiation, complex number, complex number module, Newton's binomial, arithmetic key, abstract unit, complex number argument.*

АННОТАЦИЯ

В статье приводится информация об исторической основе методов, используемых для вывода корней из чисел и комплексных чисел в тригонометрической форме в процессе, сравнение их с историческими и современными, и проводится анализ на основе работ выдающихся математиков в этой области.

Ключевые слова: *корень, возведение в степень, комплексное число, модуль комплексного числа, бином Ньютона, арифметический ключ, абстрактная единица, аргумент комплексного числа.*

KIRISH

Hozirgi kunda mamlakatimizda aniq fanlar, xususan, matematikaning rivojlanishi yuqori darajaga ko'tarildi. Albatta, diyorimiz olimlari ushbu fan bo'yicha salmoqli ilmiy meros qoldirganlarini hozirda ham butun dunyo tan oladi.

Zamonaviy axborot texnologiyalari muhiti tobora faollashib, kengayib bormoqda. Doimiy ravishda ortib borayotgan axborotlar ko`lami o'quvchi-talabalarning intellektual axborot madaniyati-qobiliyatini yuqori darajaga ko'tarishni talab qilmoqda.

ADABIYOTLAR SHARHI

Sonlardan kub ildiz hosil qilish hozirgi vaqtda Ruffini-Gomer usuli bilan nomlanuvchi metod yordamida anchagina oldin bajarilgan bo'lib, uni birinchi marta Ahmad an-Nasaviy o'z asarida bayon qilgan. Abul Vafo Buzjoniy esa birmuncha murakkabroq, ya'ni sonlardan uchinchi, to'rtinchi va yettinchi darajali ildiz chiqarish haqida ilmiy izlanishlar olib borgan. Abu Rayhon al-Beruniy esa sonlardan uchinchi va undan yuqori darajali ildiz chiqarish haqida asar yozishgan, ammo bu kitoblar bizgacha yetib kelmagan. Butun sondan istalgan natural darajali ildizhosil qilish haqidagi umumiy qoidani birinchilardan bo'lib, Umar Xayyom asoslab bergan, afsuski, ushbu masalaga bag'ishlangan «Arifmetika qiyinchiliklari» («Mushkulot al-hisob») nomli asari bizgacha yetib kelmagan[1].

Umar Xayyom o'zining algebraga oid asarida hindlarning sonlardan kvadrat va kub ildiz chiqarishga doir qoidasiga ikki handing kvadrati va kubiga asoslangan formulalarni tatbiq etib, uni isbotlaganini yozadi[2]. Ushbu ta'rifdan shuni xulosa qilish mumkinki, Umar Xayyomning "Nyuton binomi" formulasini ilmiy asosda butun ko'rsatgichlar uchun bilgan.

TADQIQOT METODOLOGIYASI VA EMPIRIK TAHLIL

Butun sonlar ostidan ildiz chiqarishning umumiy usuli G'iyosiddin Jamshid al-Koshiyning «Arifmetika kaliti» asarida muxtasar bayon etilgan[3]. Al-Koshiy keltirgan usul hozirgi vaqtdagi Ruffini-Gomer usuli bilan deyarli bir xil. U o'zining asarida ikki hadni istalgan natural darajaga ko'tarish deb nomlangan qoidani keltiradi.

[1] Bozarov Dilmurod Uralovich, Raxmonov Buron Normamatovich , Absamatov Zuhriddin Ahmad o'gli "Sonlardan ildiz chiqarish haqida" Oriental Renaissance: Innovative, educational, natural and social sciences VOLUME 1 | ISSUE 4 ISSN 2181-1784 Scientific Journal Impact Factor SJIF 2021: 5.423-b

[2] TufliyevEgamberdi, Bozarov Dilmurod Uralovich and Muhammadiyev Jahongir Matlubovich. "Effective MethodsIn Teaching Mathematics."(2021).110-b

[3] E.Tufliyev,Bozarov Dilmurod Uralovich and Muhammadiyev Jahongir Matlubovich. "Effective MethodsIn Teaching Mathematics."(2021).115-b

Koshiy bu qoidani butun sondan irratsional ildiz chiqarishda uning kasr qismini hisoblash uchun ishlatadi. U binomial koeffitsiyentlarni daraja ko‘rsatkichlarining elementlari deb ataydi[4]. Koshiy fikri bo‘yicha kvadratning birgina daraja ko‘rsatkichi elementiga, kub ikkita elementga va boshqa shunga o’xshash asosli gipotezalar ilgari suriladi.

Al-Koshiy bizning $C_n^m = C_{n-1}^{m-1} + C_{n-1}^m$ formulaga mos keluvchi koeffitsiyentlarni ketma-ket hisoblash qoidasini jadval tarzida keltirgan.

Al-Koshiy binom qoidasini 5-daraja uchun ifodalagan, u hozirgi tanish

$$(a+1)^n - a^n = C_n^1 a^{n-1} + C_n^{n-2} a^{n-2} + \cdots + 1$$
$$(a+b)^n - a^n = C_n^1 a^{n-1} b + C_2^{n-2} a^{n-2} b^2 + \cdots + b^n$$

formuladan biroz farq qiladi va

Koshiy asarida to‘liq kvadrat bo‘lmagan sondan n-darajali ildiz chiqarishning taqribiy formulasi bor:

$$\sqrt[n]{a^n + r} = a + \frac{r}{(a+1)^n - a^n}$$

Bu formula kvadrat ildiz uchun ushbu ko‘rinishga keladi:

$$\sqrt{a^n + r} \approx a + \frac{r}{2a+1}$$

O‘z asarida u misol tariqasida 44240899506197 sonidan 5-darajali ildiz chiqarib ko‘rsatadi[5]:

Bu misoldagi $\sqrt[5]{44240899506197} \approx 536 + \frac{21}{41423774028}$ xatolikni qaraylik:

$$536^5 = 44240899506176$$

$$44240899506197 - 44240899506176 = 21$$

bundagi farq esa 185ga ko’p ekan, ya’ni 21ga kam ekan.

$$(536 + \frac{21}{41423774028})^5 = (536{,}0000000005)^5 = 44240899506382$$

Bu sondan 5-darajali ildizni kalkulyator yordamida chiqarsak,

[4]A.Narmanov, A.Abduraxmonov, N.Narmuratov “Matematika tarixi” Toshkent-2016. 25-b
[5]https://cyberleninka.ru/article/n/tengsizliklarni-isbotlashda-monoton-ketma-ketliklar-usuli

$$\sqrt[5]{44240899506197} = 536{,}0000000001$$

$$\sqrt{a^2+r} = a + \frac{r}{2a+1} \qquad \sqrt[3]{a^3+r} = a + \frac{1}{3a^2+3a+1}$$

Bunda esa biz aniqlik darajasi yuqori ekanini ko’rishimiz mumkin. Bunday formulalar Nasaviy metodida quyidagi ko‘rinishda uchraydi[6]:

Nasaviy formulasi $\sqrt{20}$ asosidani hisoblaymiz:

$$\sqrt{20} = \sqrt{4^2+4} = 4 + \frac{4}{9} \approx 4,(4);$$

XII asrda yashab ushbu soha bo’yicha ko’plab imiy asarlarni yozgan Abu Zakariya Muhammad ibn Abdullo al-Xasarning gipotezasi esa quyidagicha:

$$\sqrt{a^2+r} = a + \frac{r}{2a} - \frac{1}{2} \cdot \frac{(\frac{r}{2a})^3}{(a+\frac{r}{2a})}$$

$$\sqrt{20} = \sqrt{4^2+4} = 4 + \frac{4}{8} - \frac{1}{2} \cdot \frac{\left(\frac{4}{8}\right)^3}{\left(4+\frac{4}{8}\right)} \approx 4{,}486$$

Abu Zakariya Muhammad ibn Abdullo formulasi bo’yicha hisoblaganda:

Kalkulyator yordamida hisoblab chiqilgan natijada:

$$\sqrt{20} \approx 4{,}472$$

Bu yerda r ni qanchalik kichik qilib tanlasak, shuncha xatolikka kam bo’ladi.

Ushbu misoldan quyidagicha xulosa chiqarish mumkin: Abu Zakariya Muhammad ibn Abdulloh formulasi Nasaviy formulasiga nisbatan natijadagi nisbiy xatolikni kichikroq darajada hosil qilar ekan.

Yuqoridagi biz tahlil qilib o’tgan usullar bo’yicha yevropalik P.Apianda (1527 yil) 8-daraja uchun,M.Shtifelda esa (1544 yil) umumiyroq shaklda ish olib borishgan.

Kvadrat tenglamalarni yechishda ba’zida ildiz ostida manfiy son hosil bo’lib qoladi, ya’ni kvadrat tenglamaning diskriminanti manfiy sondan iborat bo’ladi:

$$D = b^4 - 4ac < 0.$$

Ushbu o’rinda ildiz ostidan haqiqiy sonni chiqarish mumkin emas, u holda berilgan kvadrat tenglama ildizga ega emas. Shu vaqtgacha kvadrat ildiz chiqarish

[6] Bozarov Dilmurod Uralovich, Rakhmonov Boron Normamatovich and Khudoykulov Jamshid Kholmatovich. "Development of mathematics indifferentperiods." (2021) 56-b

faqatgina musbat haqiqiy sonlar uchun aniqlanganligi o'qtirib kelingan. Manfiy haqiqiy sonlardan ildiz chiqarish ma'noga ega emas, ya'ni manfiy haqiqiy sonning kvadrat ildizi haqiqiy son bo'lmasligi mumkin.

Diskriminanti manfiy sondan iborat bo'lgan kvadrat tenglamalarni yechish uchun sonlar tushunchasini kengaytirish lozim bo'ladi. Bu holatda haqiqiy sonlar to'plamiga kvadrati -1 ga teng bo'lgan yangi ***i*** sonini kiritish to'g'ri yechim bo'ladi. Bu sonni ***mavhum birlik*** deb atash qabul qilingan. U holda quyidagi tenglik o'rinli bo'ladi[7]:

$i^2=-1$

i soni ***bi*** ko'rinishdagi ko'paytma va ***a+bi*** yig'indini kiritish imkoniyatini beradi.

Ta'rif: ***a+bi*** ko'rinishdagi ifodaga ***kompleks son*** deyiladi. Bunda ***a*** va ***b*** istalgan haqiqiy sonlar, ***i***-mavhum birlik.

a soni ***a+bi*** kompleks sonning ***haqiqiy qismi, bi***ko'paytma esa ***mavhum qismi*** deb ataladi, ***b*** soni ***mavhum qismning koeffitsiyenti*** deyiladi.

Kompleks sonlar kiritilgach algebra, nazariy fizikaning gidrodinamika, elementar zarralar nazariyasi va hokazolardagi fikrlar hamda tushunchalar soddalashadi.

Shuni aytish joizki, kompleks sonlar bilan qo'shish va ayirish, ko'paytirish va bo'lish, darajaga ko'tarish va ildiz chiqarish amallarini bajarish mumkin.

$a+bi$ kompleks sonni quyidagi ko'rinishda yozish mumkin:

$a+bi=r\cos\varphi+ir\sin\varphi=r(\cos\varphi+i\sin\varphi)$. Bunda $r=\sqrt{a^2+b^2}$ va φ quyidagishartlarda topiladi:

[7]Gulomova Muxabbat Maxmudovna, Tufliyev Egamberdi Olimovich and Bozarov Dilmurod Uralovich. "Types and uses of mathematicalexpressions." *ACADEMICIA: AnInternational Multidisciplinary Research Journal* 11.3(2021):746-749

$$\begin{cases} \sin\varphi = \dfrac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}, \\ \cos\varphi = \dfrac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}, \end{cases}$$

Ushbu tenglamada ***r*** soni ***a+bi kompleks sonning moduli,*** φ burchak esa ***kompleks sonning argument*** deb ataladi[8].

Endilikda trigonometrik formadagi kompleks sonlardan ildiz chiqarish jarayonini ko'rib chiqaylik:

$r(\cos\varphi + i\sin\varphi)$ kompleks sonning ***n***-darajali ildizi quyidagicha bo'lsin:

$$\rho(\cos\theta + i\sin\theta)$$

Keyingi o'rinda, quyidagi tenglik o'rinli bo'ladi:

$$r(\cos\varphi + i\sin\varphi) = (\rho(\cos\theta + i\sin\theta))^n.$$

Muavr formulasiga binoan [2]:

$$r(\cos\varphi + i\sin\varphi) = \rho^n(\cos n\theta + i\sin n\theta).$$

XULOSA

Umumiy qilib aytganda, ikkita kompleks son o'zaro bir-biri bilan teng bo'lgan holatda, ularning modullari teng, argumentlari esa bir-biridan 2π ga karrali burchak miqdorida farq qiladi. Shuning uchun ham $\rho^n = r$ hamda $n\theta = \varphi + 2k\pi$ yoki $\rho = \sqrt[n]{r}$ va $\theta = \frac{\varphi + 2\pi k}{n}, k \in Z, n \in N$.

ρ va θ larning topilgan qiymatlarini yuqoridagi tenglikka qo'yamiz: $\sqrt[n]{r(\cos\varphi + i\sin\varphi)} = \sqrt[n]{r}\left(\cos\frac{\varphi+2\pi k}{n} + \sin\frac{\varphi+2\pi k}{n}\right)$

[8]GulomovaMuxabbat Maxmudovna, Tufliyev Egamberdi Olimovich and Bozarov Dilmurod Uralovich. "Types and uses of mathematicalexpressions." *ACADEMICIA: AnInternational Multidisciplinary Research Journal* 11.3(2021):599-605-749-b.

REFERENCES

1. Abduraxmonov A., Narmanov A., Narmuratov N. “Matematika tarixi” Toshkent-2016.
2. Xolmurodov E., Yusupov A., Aliqulov T. “Oliy matematika” 3-qism. Toshkent-2017.
3. E.Tufliyev, Bozarov Dilmurod Uralovich and Muhammadiyev Jahongir Matlubovich. "Effective Methods In Teaching Mathematics."(2021).
4. Uralovich, B. D., Normamatovich, R. B., & Kholmatovich, K. J. (2021). DEVELOPMENT OF MATHEMATICS IN DIFFERENT PERIODS.
5. Olimov, K. T., Tulaev, B. R., Khimmataliev, D. O., Daminov, L. O., Bozarov, D. U., & Tufliyev, E. O. (2020). Interdisciplinary integration–the basis for diagnosis of preparation for professional activity. *Solid State Technology*, 246-257.
6. Gulomova Muxabbat Maxmudovna, Tufliyev Egamberdi Olimovich and Bozarov Dilmurod Uralovich. "Types and use sof mathematical expressions." *ACADEMICIA: AnInternational Multidisciplinary Research Journal* 11.3(2021):746-749.