VOLUME 2 | ISSUE 5
ISSN 2181-1784
SJIF 2022: 5.947
ASI Factor = 1.7

EHTIMOLNING KLASSIK TA'RIFINI BA'ZI MASALALARGA TADBIQI

Axmedov Qurbonboy Yuldashbayevich
Urganch davlat universiteti tayanch doktoranti
Fayzullayev Shahzod Shuxrat o'g'li
Urganch davlat universiteti Matematik tahlil kafedrasi o'qituvchisi
To'raxonov Islombek Farhodovich
Urganch davlat universiteti Matematik tahlil kafedrasi o'qituvchisi

ANNOTATSIYA

Maqolada ehtimolning klassik ta`rifi bo'yicha masalalar analiz qilingan. Klassik ehtimol masalalarini yechishda ayrim masalalar chuqurroq fikrlashga olib keladi. Bunday masalalarni ishlash talabalar fikrlashining o'sishiga yordam beradi.

Kalit so'zlar. *Klassik ehtimollik, o'yin kubiki, hodisa, ochko.*

АННОТАЦИЯ

В статье анализируются задачи, связанные с классическим определением вероятности. При решении классических вероятностных задач некоторые задачи требуют более глубокого осмысления. Работа над такими задачами способствует активизации мышления учащихся.

Ключевые слова. *Классическая вероятность, игровой кубик, событие, очко.*

ANNOTATION

The article analyzes the problems associated with the classical definition of probability. When solving classical probabilistic problems, some problems require a deeper understanding. Working on such questions contributes to the activation of students' thinking.

Keywords. *Classic probability, game die, event, point.*

KIRISH

Amaliyotda eng ko'p uchraydigan ehtimollik bu *klassik* ehtimollik hisoblanadi.

Faraz qilaylik, Ω- to'plam n ta cheklita elementar hodisadan iborat bo'lsin: $\Omega=\{\omega_1,\omega_2,...,\omega_n\}$. Bunda elementar hodisalar teng emkoniyatli deb hisoblaymiz.

Ixtiyoriy k ta elementar hodisadan tashkil topgan $A=\{\omega_{i_1},\omega_{i_2},...,\omega_{i_k}\}$ hodisa uchun quyidagi kattalikni olamiz:

$$P(A)=\frac{|A|}{|\Omega|}.$$

Bu yerda $|A|$ bilan A to'plamning elementlar soni belgilangan.Ehtimollikning bu ta`rifi *klassik* ta`rif deyiladi va quyidagicha o'qiladi: "A hodisaning ehtimoli bu hodisaga qulaylik yaratuvchi elementar hodisalar sonining umumiy elementar hodisalar nisbatiga teng".[1]

Klassik ehtimollik quyidagi xossalarga ega[2]:

1. Mumkin bo'lmagan hodisaning ehtimoli 0 ga teng: $P(\varnothing)=0$
2. Muqarrar hodisaning ehtimoli 1 ga teng: $P(\Omega)=1$.
3. Hodisa ehtimoli har doim 0 va 1 orasida bo'ladi: $0 \le P(A) \le 1$.
4. Agar $A \cdot B = \varnothing$ bo'lsa, u holda $P(A+B)=P(A)+P(B)$.
5. $\forall A, B \in \Omega$ uchun $P(A+B)=P(A)+P(B)-P(A\cdot B)$

Demak, klassik ehtimollikni hisoblashda umumiy elementar hodisalar sonini va qulaylik yaratuvchi elementar hodisalar sonini hisoblashga to'g'ri keladi. Elementar hodisalar soni kombinatorika formulalari yordamida hisoblanadi.

METODOLOGIYA

Quyidagi sxemani qaraylik: n ta shardan k ta shar tanlanyapti. Bunda uchta holat kuzatiladi:

a) sharlar yashikka qaytarib solinadi va sharlar tartibi hisobga olinadi,

b) sharlar yashikka qaytarib solinmaydi va sharlar tartibi hisobga olinadi,

d)sharlar yashikka qaytarib solinmaydi va sharlar tartibi hisobga olinmaydi. Bunday tanlashlar soni mos ravishda n^k, A_n^k va C_n^k ga teng bo'ladi.

1-misol. Ikkita o`yin kubiki tashlanyapti. $A$ hodisa kubiklarda tushgan ochkolar yig`indisi toq bo'lish hodisasi, B hodisa esa hech bo`lmaganda bir kubikda 1 ochko tushish hodisasi bo'lsin. Quyidagi hodisalarni tavsiflab, ularning ehtimolliklarini hisoblaymiz: $AB, \overline{AB}, A+B, A\overline{B}$.

Yechish: Avvalo, Ω elementar hodislar fazosini qursak: Ikkita kubik tashlanganda quyidagicha elemtar hodisalar kuzatilishi mumkin:

$$\begin{aligned}\Omega=\{&(1;1),(1;2),\ldots,(1,6),\\ &(2;1),(2;2),\ldots,(2,6),\\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots,\\ &(6;1),(6;2),\ldots,(6;6)\}\end{aligned}$$

[1] **Чернова Н. И.** Теория вероятностей: Учеб. пособие / Новосиб. гос. ун-т. Новосибирск, 2007.
[2] A.A.Abdushukurov. Ehtimollar nazariyasi va matematik statistika. Toshkent, 2010

Bunda har bir $(i;j)$ $i,j=\overline{1,6}$ juftlik bitta elementar hodisani ifodalaydi. Oson sezish mumkinki $|\Omega|=36$.

Endi bevosita masala shartidagi hodisalarni tahlil qilamiz.

AB - ikkala hodisa ham bir vaqtda bajarilish hodisasi. Demak bir vaqtning o`zida ikki kubikdagi ochkolar yig`indisi toq son bo‘lishi va ularning kamida bittasi 1 ga teng bo‘lishi kerak. Demak AB to‘plamni quyidagicha qurish mumkin: $AB=\{(1;2),(1,4),(1,6),(6;1),(4;1),(2;1)\}$. AB hodisaning ehtimoli esa

$$P(AB)=\frac{|AB|}{|\Omega|}=\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$$

ga teng bo‘ladi.

$\overline{AB}$ -bevosita AB hodisaga teskari hodisa: $\overline{AB}=\Omega/(AB)$. Ehtimollikning xossasiga ko‘ra $P(\overline{AB})=1-P(AB)=1-\frac{1}{6}=\frac{5}{6}$.

$A+B$-hodisa esa kubiklar ochkolor yig`indisi yoki toq bo‘lishini yoki ularning hech bo‘lmasa bittasi 1 ga teng bo‘lishini yoki shularning ikkalasi bir vaqtda bajalish hodisasini ifodlaydi. Bu hodisaning ehtimolini ehtimollikning quyidagi

$$P(A+B)=P(A)+P(B)-P(AB)$$

xossasi bo‘yicha hisoblashga urinib ko‘ramiz. $|A|=18$, $|B|=11$.

Demak, $P(A)=\frac{|A|}{|\Omega|}=\frac{18}{36}=\frac{1}{2}$, $P(B)=\frac{|B|}{|\Omega|}=\frac{11}{36}$.

Bundan, $P(A+B)=\frac{1}{2}+\frac{11}{36}-\frac{1}{6}=\frac{23}{36}$.

$A\overline{B}$ hodisa A va $\overline{B}$ hodisalaring birgalikdagi bajarilishidan iborat. $\overline{B}$ -hodisa Bga teskari, ya`ni tashlangan ikkita kubikning birortasida ham 1 ochko kuzatilmasin, u holda $A\overline{B}$ to‘plam yig`indisi toq bo‘lgan va ular birortasi 1 ochkoga teng bo‘lmagan juftliklardan iborat. Demak,

$$A\overline{B}=\{(2;3),(2;5),(3;2),(3;4),(3;6),(4;3),(4;5),(5;2),(5;4),(5;6),(6;3),(6;5)\}$$

$$P(A\overline{B})=\frac{|A\overline{B}|}{|\Omega|}=\frac{12}{36}=\frac{1}{3}.$$

2-misol. Beshta kartaga 1,2,3,4 va 5 raqamlari yozilgan. Tavakkaliga ketma-ket uchta karta olinib, chapdan o‘nga bir qator qilib joylandi. Hosil bo‘lgan sonning juft bo‘lishi ehtimolini toping.

MUHOKAMA

Yechish. Barcha elementar hodisalar soni A_5^3 ga teng. Sababi tanlangan kartalar oʻrinlari ahamiyatga ega, chunki bunda turlicha sonlar hosil boʻlishi mumkin(masalan: 234 va 342). Hosil boʻlgan son juft boʻlishi uchun oxirgi raqam juft boʻlishi kerak. Misol uchun bu raqam 2 boʻlsin. Qolgan 4 ta raqamdan 2 tasi esa bu raqamning oldida keladi. Bundan koʻrinadiki, oxirgi kartadagi raqam 2 ga teng boʻlgan holatlar soni A_4^2 ga teng. Ammo yana bitta vaziyat, ya`ni hosil boʻlgan son juft boʻlishi uchun oxirgi raqam 4 ga teng boʻlishi ham mumkin. Bundan esa bizga qulaylik yaratuvchi elemtar hodisalar soni $2\cdot A_4^2$ ga teng ekan. Kerakli hodisaning ehtimoli esa $P=\frac{2\cdot A_4^2}{A_5^3}=\frac{2\cdot\frac{4!}{(4-2)!}}{\frac{5!}{(5-3)!}}=\frac{2\cdot3\cdot4}{3\cdot4\cdot5}=\frac{2}{5}.$

3-masala. $\{1,2,...,30\}$-oʻttizta sondan iborat toʻplamdan 10 ta turli son tanlandi. Tanlangan sonlarning barchasi toq boʻlish ehtimolini toping.

Yechish. Umumiy elementar hodisalar soni C_{30}^{10} ga teng. Sababi bu yerda tanlangan sonlarning joylashuv oʻrni haqida gap ketmayapti, gap faqat ularning juft yoki toqligida. Bu toʻplamdagi toq sonlar 15 ta ekanligini hisobga olsak, bizga qulaylik yaratuvchi hodisalar soni C_{15}^{10} ga teng. Hodisa ehtimoli esa

$$P=\frac{C_{15}^{10}}{C_{30}^{10}}=\frac{\frac{15!}{5!\cdot10!}}{\frac{30!}{10!\cdot20!}}=\frac{1}{10005}$$

ga teng.

4-misol. Oralarida A va B kishi boʻlgan N ta odam tasodifiy ravishda bitta qatorga saflandi. A va B odamlarning orasida r ta odam joylashib qolish ehtimolini hisoblang.

Yechish. Umumiy hodislar soni N ta odamning oʻzaro oʻrin almashishlar sonidan iborat. Ma`lumki, bunday oʻrin almashishlar soni $N!$ ga teng.

Endi bizga qulaylik yaratuvchi hodisalar sonini hisoblaymiz. Dastlab N odamni quyidagicha joylashtirsak:

$$Ax_1x_2...x_rBy_1y_2...y_{N-r-2}.$$

A va B ni joyini oʻzgartirmay qolgan $N-2$ odamni oʻrinlarini almashtirib $(N-2)!$ ta variant hosil qilish mumkin. Endi N ta odamni

$$x_1Ax_2...x_ry_1By_2...y_{N-r-2}.$$

shaklada joylashtiramiz va bunda ham A va B ni joyini o‘zgartirmay qolgan $N-2$ odamni o‘rinlarini almashtirib $(N-2)!$ ta variant hosil qilamiz va hakozo sha tartibda davom etib A va B larni surib borib $N-r-1$ ta variant hosil qilamiz.

Demak, bizga qulaylik yaratuvchi elementar hodisalar soni $2(N-r-1)(N-2)!$ ga teng. 2 ga ko‘paytirganimiz sababi huddi shu kombinatsiyalarni A va B ni o‘rnini almashtirib ham qilish mumkin. Demak hodisa ehtimoli

$$P=\frac{2(N-r-1)(N-2)!}{N!}=\frac{2(N-r-1)}{(N-1)N}.$$

5-misol. $\{1, 2, n$. to‘plamdan qaytarilmaydigan qilib ketma-ket ikkita son olingan. Birinchi va ikkinchi sonlar orasidagi farq m dan kichik bo‘lmaslik ehtimolini toping.($m>0$).

XULOSA

Oson ko‘rish mumkinki, bu to‘plamdan ketma-ket ikkita son tanlashda A_n^2 ta holat kuzatilishi mumkin. Birinchi va ikkinchi tanlangan sonlarning ayirmasi m va m dan katta bo‘ladigan juftliklarni quyidagicha yozib olamiz:

$$\begin{array}{llll}
1;\ m+1 & 1;\ m+1 & \dots\ 1;\ n-1 & 1;n \\
2;m+2 & 2;\ m+2 & \dots\ 2;\ n & \\
. & . & \dots & \\
. & . & \dots & \\
. & . & \dots & \\
n-m;n & n-m-1;n & &
\end{array}$$

Ko‘rish mumkinki bu yerda $n-m+n-m-1+...+2+1=\frac{(n-m)(n-m+1)}{2}$ ta juftlik mavjud. Kerakli hodisaning ehtimoli esa

$$P=\frac{\frac{(n-m)(n-m+1)}{2}}{A_n^2}=\frac{(n-m)(n-m+1)}{2\frac{n!}{(n-2)!}}=\frac{(n-m)(n-m+1)}{2(n-1)n}.$$

ga teng bo‘ladi.

REFERENCES

1. R.M.Madrahimov, J.Sh.Abdullayev, N.B.Kamalov “Masala qanday yechiladi” uslubiy qo’llanma. Urganch 2013-y.

2. Narmanov A.Ya. Analitik geometriya. Toshkent, 2008 yil.
3. Цубербиллер О.Н. Задачи и упражнения по аналитической геометрии. М., «Наука», 1970.
4. Djabbarov O.Dj. “Tekislikda uchburchak yuzasi haqida ayrim mulohazalar” 2021.